

# *Dynamique des Structures*

**Abdellatif MEGNOUNIF**

E-mail: [abdellatif\\_megnounif@yahoo.fr](mailto:abdellatif_megnounif@yahoo.fr)

## **Partie 4: Calcul d'une structure en Béton Armé.**

### **Chapitre 12C**

# **Ferraillage du mur Voile**

## **Part 3 : Justification de la Ductilité Locale**

**Cours 12 Samedi 16.05.2026**

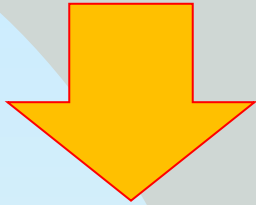
# 1. Introduction

- ✓ L'objectif de ce chapitre est de vérifier toutes les conditions de ductilité locale.
- ✓ La justification de ductilité touchera les 02 sections confinées (gauche et droite) au niveau de la zone critique.
- ✓ La ductilité concernera beaucoup plus la ductilité des armatures tendues.
- ✓ Les sections déterminées doivent aussi vérifier les conditions des RPA2024,
- ✓ Le calcul comprend la détermination des armatures dans deux zones : Zone critique (hauteur critique) et la zone supérieure.
- ✓ Le voile est un élément structurant de la structure qui permet de transmettre surtout les charges horizontales.
- ✓ La finalité de cette partie est la présentation du dossier détaillé d'exécution.

**Finalité : Plans d'exécution BA**



**Après calcul de toutes les sections  
d'acier, on justifie la ductilité locale**



**Justification de  
la condition de  
ductilité locale**

**Justification**

# 2. Justification de la ductilité locale

## 2.1. Rappel de la ductilité

Ductilité

La ductilité d'un matériau est sa capacité à sa plastification, c'est à dire subir des déformations sous contrainte constante

Béton armé

Comportement ductile uniquement en flexion  
En cisaillement comportement fragile

$$l_c \geq \max(0, 15l_w; 1, 5b_w)$$
$$b_c \geq \max\left(20\text{cm}; \frac{h_e}{20}\right)$$

Ductilité en flexion

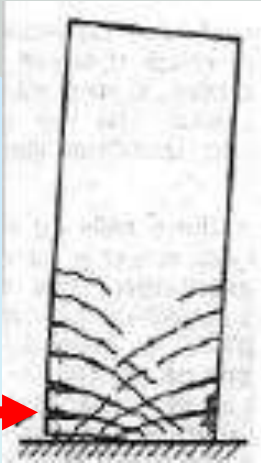
$$l_{c,calcul} = \chi_u \left(1 - \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{cu,c}}\right)$$

Plastification des armatures tendues

Plastification du béton armé en compression

Avec les sections d'acier calculées, on vérifie la longueur comprimée des éléments de rive

# Rupture ductile



Plastification des armatures tendues

Rupture par plastification des armatures verticales tendues (extrémités) et écrasement de la zone comprimée

C'est le mode de ruine le plus recherché, car c'est un mode de rupture en flexion avec création de rotules plastiques à la base du voile



Ecrasement du béton comprimé

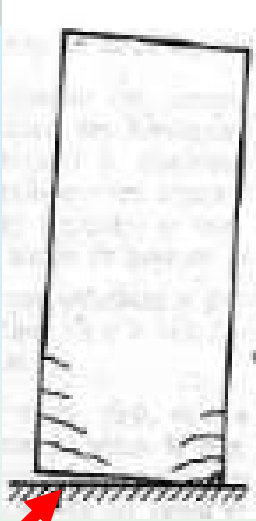
Rupture par écrasement du béton.

Se trouve généralement dans les voiles très chargés verticalement

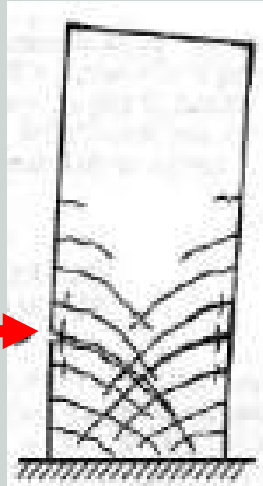
Mode de ruine moins intéressant, car moins ductile (du à l'effort normal, la plastification des aciers tendus n'amène pas de rotule plastique)

03 autres

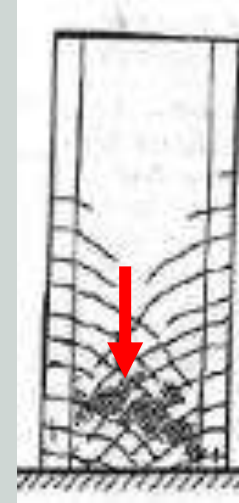
Rupture fragile



Rupture des armatures tendues



Plastification des armatures transversales et longitudinales



Rupture du béton de l'âme

Ces 03 modes sont à éviter, ce sont des modes de rupture fragile, résultant d'une mauvaise disposition des armatures ou en quantité insuffisante

Conclusion

Réduire les charges verticales sur les voiles et laisser les travailler en « voiles ductiles », on se rapprochera du 1<sup>er</sup> mode

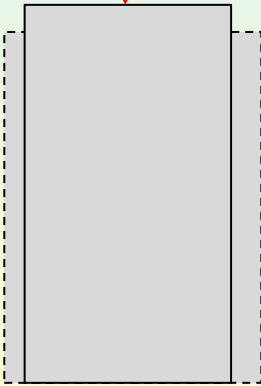
# Rupture ductile

Par des **dispositions constructives selon RPA**, on recherche à assurer un **confinement** du béton dans les zones critiques, qui correspondent aux zones de dissipation d'énergie.

Offre

Béton confiné

Une meilleure résistance et une meilleure ductilité que le béton non confiné.



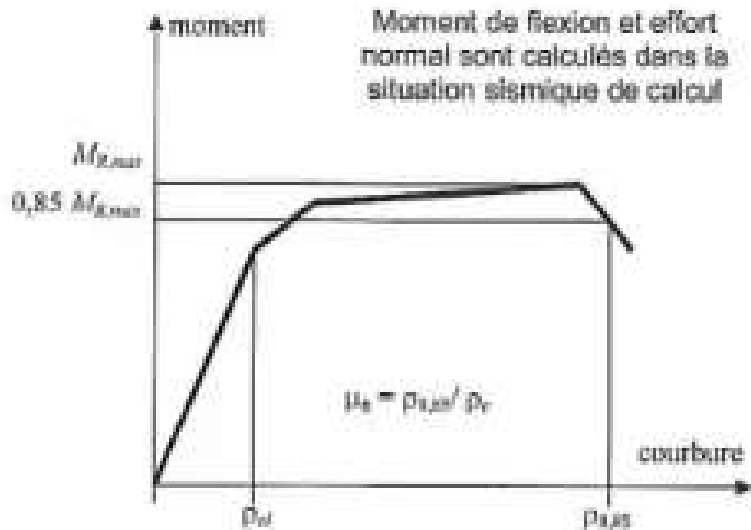
Sous compression importante, le béton « gonfle » latéralement (Poisson; expansion latérale).

Essaie de compression simple

Les armatures de confinement (sollicitées en traction) empêchent cette expansion et améliorent la résistance du béton

## Coefficient de ductilité

Défini comme le rapport entre la courbure atteinte à moment fléchissant égal à 85% de sa valeur résistante et la courbure à la limite élastique



$$\mu_{\phi} = \frac{\rho_{0,85}}{\rho_{el}} \leq \rho_{lim}$$

La valeur minimale de «  $\mu_{\phi}$  » permet d'assurer qu'on a atteint la courbure maximale dans la section la plus sollicitée afin de justifier la rotule plastique

Ainsi, dans cette section, il faut confiner le béton pour que son raccourcissement atteigne une valeur limite à la rupture «  $\epsilon_{cu,c}$  » qui dépend du % d'armatures de confinement

RPA  
« R »

Coefficient de comportement « R » dans RPA : hypothèse de départ qui suppose une valeur adéquate de coefficient de ductilité «  $\mu_{\phi}$  » et un confinement adéquat.

**Il faut**

§ 7.7.4

**02 Conditions**

**Effort normale de compression**

**Longueur comprimée**  
«  $l_{c,calcul} \geq l_c$  »  
**des parties rive**

Limitation de l'effort normal de compression de calcul des voiles

$$v = \frac{N_d}{B_c \cdot f_{c28}} \leq 0,40$$

A vérifier sous combinaison sismiques réglementaires

ça évite une justification détaillée de «  $\mu_\phi$  »

Avec

$$l_{c,calcul} = \chi_u \left( 1 - \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu,c}} \right)$$

et

$$l_c \geq \max(0, 15l_w; 1, 5b_w)$$

$$b_c \geq \max\left(20\text{cm}; \frac{h_e}{20}\right)$$

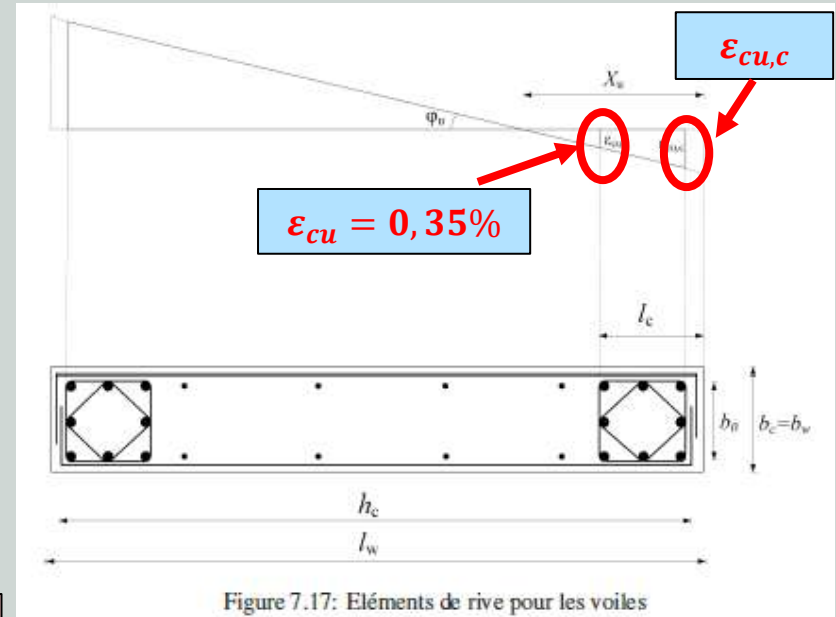
$N_d$  : Effort normal de compression de calcul

$B_c$  : Aire de la section du béton

$f_{c28}$  : Résistance caractéristique du béton à 28 j

**Déjà vérifié**

**Hypothèses RPA pour la ductilité**



$\chi_u$  : Position de l'axe neutre

$\varepsilon_{cu}$  : Déformation critique du béton 0,35%

$\varepsilon_{cu,c}$  : Raccourcissement limite à a rupture

$l_w$  : Longueur du voile

$b_w$  : Largeur de l'âme du voile

$h_e$  : Hauteur libre d'étage

## 2. Justification de la ductilité locale

### 2. 1. Rappel de la ductilité

RPA

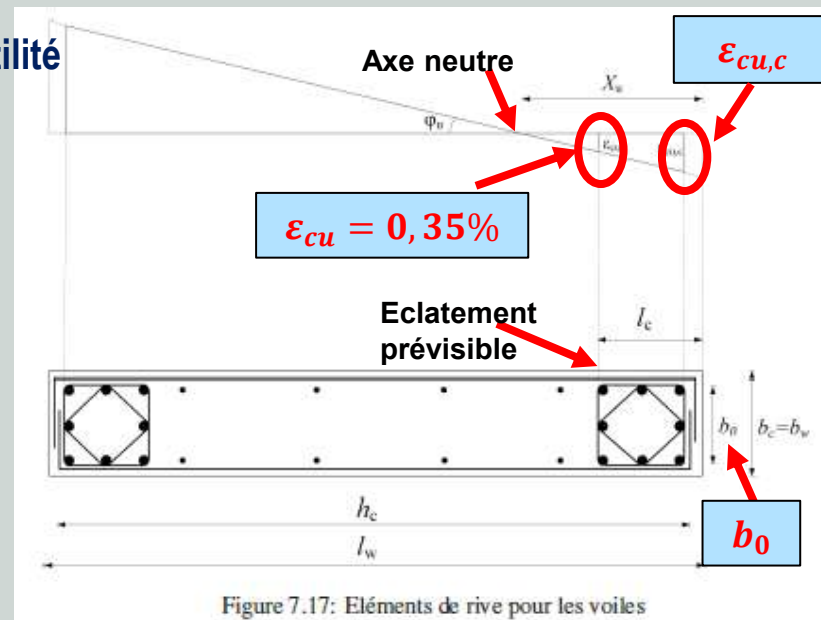
Suppose un éclatement du béton en dehors du noyau de confinement.

Les calculs de l'axe neutre et des quantités d'armatures se font en utilisant la longueur réduite «  $b_0$  »

Il est admis que la section est à la courbure maximale, i.e que le raccourcissement maximal admissible «  $\epsilon_{cu,c}$  » est atteint

Par hypothèse, la déformation de compression à laquelle l'éclatement est attendu est prise égale à «  $\epsilon_{cu} = 0,35\%$  »

Avec les sections d'acier calculées, on vérifie la longueur comprimée des éléments de rive



## 2. Justification de la ductilité locale

calcul

§ 7.7.4

Longueur comprimée  
«  $l_{c,calcul} \geq l_c$  » des parties rive

$\epsilon_{cu}$ : Raccourcissement  
où l'éclatement est  
attendu (=0,35%)

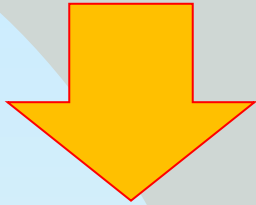
$$l_{c,calcul} = \chi_u \left( 1 - \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{cu,c}} \right) \geq l_c$$

$\chi_u$ : Position de  
l'axe neutre

$\epsilon_{cu,c}$ : Raccourcissement  
limite à a rupture

Calcul de la position de l'axe neutre

Commençons par le calcul  
de l'axe neutre



**L'AXE NEUTRE**  
«  $\chi_u$  »

Calcul

## 2. Justification de la ductilité locale

### 2. 2. Calcul de la position de l'axe neutre

RPA2024 (Eq. 7.25)

$$\chi_u = (v_d + \omega_v) \frac{l_w b_c}{b_0}$$

(Equations  
recorrigées)

Avec

RPA2024 (Eq. 7.26)

$$v_d = \frac{N_d}{l_w b_w f_{cd}}$$

- $v_d$ : Effort normal réduite, cas d'une section rectangulaire
- $h_c$ : Longueur de la partie non confinée
- $b_c$ : Largeur de la partie confinée égale à  $b_w$  dans le cas d'une section rectangulaire
- $b_0$ : L'épaisseur confinée de l'élément de rive
- $b_w$ : Largeur de l'âme du voile
- $\omega_v$ : Pourcentage normalisé des armatures verticales d'âme
- $A_{sv}$ : Section de ferrailage correspondant à la section du voile ( $h_c, b_w$ ) (âme)
- $f_{yd}$ : Valeur de calcul de la limite d'élasticité de l'acier
- $f_{cd}$ : Valeur de calcul de la résistance du béton à la compression

et

RPA2024 (Eq. 7.27)

$$\omega_v = \frac{A_{sv} f_{yd}}{h_c b_w f_{cd}}$$



Calcul de la position de l'axe neutre



## Notre cas

$$N_d = 173,10 \text{ KN}$$

$$l_w = 1,50 \text{ m}$$

$$b_w = 20 \text{ cm}$$

$$b_c = 40 \text{ cm}$$

$$b_0 = 35 \text{ cm}$$

$$f_{cd} = \frac{f_{c28}}{\gamma_b} = \frac{25}{1,2} = 20,83 \text{ MPa}$$

$$f_{yd} = \frac{f_e}{\gamma_s} = \frac{400}{1,0} = 400 \text{ MPa}$$

$$A_{sv} = 2x(7HA14) = 21,55 \text{ cm}^2$$

$$h_c = l_w - 2l_c = 1,5 - 2x0,4 = 0,7 \text{ m}$$

$$v_d = \frac{N_d}{l_w b_c f_{cd}} = \frac{173,10 \cdot 10^3}{1500 \times 400 \times 20,83} = 0,014 \leq 0,40$$

$$\omega_v = \frac{A_{sv}}{h_c b_w} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{cd}} = \frac{21,55 \cdot 10^{-4}}{0,7 \times 0,2} \cdot \frac{400}{20,83} = 0,296$$

Finalemment

$$\begin{aligned} \chi_u &= (v_d + \omega_v) \frac{l_w b_c}{b_0} = (0,296 + 0,014) \frac{150 \times 40}{35} \\ &= 53,14 \text{ cm} \end{aligned}$$



Calcul du raccourcissement limite à la rupture

Calcul du raccourcissement  
limite à la rupture

$$l_{c,calcul} = \chi_u \left( 1 - \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu,c}} \right)$$

$\varepsilon_{cu,c}$ : Raccourcissement  
limite à la rupture

Raccourcissement  
limite à la rupture

Calcul

## 2. Justification de la ductilité locale

### 2.3. Calcul du raccourcissement limite à la rupture

$$\varepsilon_{cu,c} = 0,0035 + 0,1 \alpha \omega_{wd}$$

Avec

$$\omega_{wd} = \frac{\text{Volume des aratures de confinement}}{\text{Volume du noyau confiné}} \frac{f_{yd}}{f_{cd}} \geq 0,08$$

et

$$\alpha = \alpha_n \cdot \alpha_s$$

Avec

$$\alpha_n = 1 - \sum \frac{b_i^2}{6b_0h_0}$$

Sommation sur le nombre total de barres longitudinales latéralement maintenues par les armatures et confinement ou épingles

$$\alpha_s = \left(1 - \frac{s_t}{2b_0}\right) \left(1 - \frac{s_t}{2h_0}\right)$$

$\omega_{wd}$ : Rapport mécanique en volume des armatures de confinement

$\alpha$ : Coefficient d'efficacité du confinement

$b_i$ : Distance entre des barres maintenues consécutives

$s_t$ : Espacement des cours successifs des armatures transversales



Calcul du raccourcissement limite à la rupture

## 2. Justification de la ductilité locale 2. 3. Calcul du raccourcissement limite à la rupture

$L$ : Longueur totale des armatures transversales (cadres et épingles)

$Nbr$ : Nombre total des cadres et épingles sur la hauteur critique

$V_{nc}$ : Volume du noyau confiné en béton

$V_{sc}$ : Volume des armatures de confinement

Notre cas

$$h_{cr} = 2,04 \text{ m}$$

$$b_c = 20 \text{ cm}$$

$$b_c = 40 \text{ cm}$$

$$b_0 = 35 \text{ cm}$$

$$b_i = 11,67 \text{ cm}$$

$$h_0 = 35 \text{ cm}$$

$$l_c = 40 \text{ cm}$$

$$s_t = 9 \text{ cm}$$

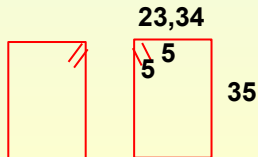
$$\phi_t = 8 \text{ mm}$$

$$L = 253,36 \text{ cm}$$

$$f_{cd} = \frac{f_{c28}}{\gamma_b} = \frac{25}{1,2} = 20,83 \text{ MPa}$$

$$f_{yd} = \frac{f_e}{\gamma_s} = \frac{400}{1,0} = 400 \text{ MPa}$$

$$Nbr = \frac{h_{cr} - 10\text{cm}}{s_t} = \frac{204 - 10\text{cm}}{9} = 22 \text{ cadres}$$



Ainsi

$$\omega_{wd} = \frac{V_{sc} f_{yd}}{V_{nc} f_{cd}} \geq 0,08$$

$$V_{nc} = b_0 l_c h_{cr} = 35 \times 40 \times 204 = 285600 \text{ cm}^3$$

$$V_{sc} = L \left( \frac{\pi \phi_t^2}{4} \right) \cdot Nbr = 253,36 \left( \frac{\pi \cdot 0,8^2}{4} \right) \cdot 22 = 2801,75 \text{ cm}^3$$

$$\omega_{wd} = \frac{2801,75 \cdot 400 \cdot 1,2}{285600 \cdot 25 \cdot 1,0} = 0,188 \geq 0,08$$

$$\alpha_n = 1 - \sum \frac{b_i^2}{6b_0 h_0} = 1 - 6 \frac{11,67^2}{6 \times 35 \times 35} - 4 \frac{17,5^2}{6 \times 35 \times 35} = 0,73$$

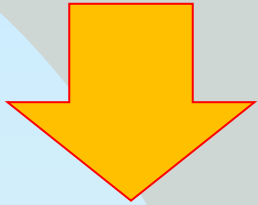
$$\alpha_s = \left( 1 - \frac{s_t}{2b_0} \right) \left( 1 - \frac{s_t}{2h_0} \right) = \left( 1 - \frac{9}{2 \times 35} \right) \left( 1 - \frac{9}{2 \times 35} \right) = 0,76$$

$$\alpha = \alpha_n \cdot \alpha_s = 0,73 \times 0,76 = 0,555$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{cu,c} &= 0,0035 + 0,1 \alpha \omega_{wd} \\ &= 0,0035 + 0,1 \times 0,555 \times 0,188 = 0,014 \end{aligned}$$

Calcul du raccourcissement limite à la rupture

**Calcul final de la longueur  
comprimée des parties de  
rive**



**La longueur  
comprimée des  
parties de rive**

**Calcul**

## 2. Justification de la ductilité locale

calcul

Longueur comprimée  
«  $l_{c,calcul} \geq l_c$  » des parties rive

$$l_{c,calcul} = \chi_u \left( 1 - \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu,c}} \right) \geq l_c$$

$$l_{c,calcul} = 53,14 \left( 1 - \frac{0,0035}{0,014} \right) = 39,85 \text{ cm}$$

$$l_c \geq \max(0,15l_w; 1,5b_w) \quad l_c \geq \max(0,15 \times 1,5; 1,5 \times 0,2) = 30 \text{ cm}$$

Mais «  $l_c$  » pris dans les calculs était de  $l_{c,réel} = 40 \text{ cm}$

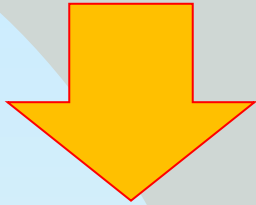
$$l_{c,calcul} < l_{c,réel}$$

Condition non vérifiée

On diminue l'espacement «  $s_t$  »

On refait le calcul avec une nouvelle valeur de «  $s_t$  » plus petite que 9 cm

On refait les calculs avec  
une nouvelle valeur de  
«  $s_t$  » plus petite que 9 cm



Refaire les calculs  
avec «  $s_t = 8 \text{ cm}$  »

Recalcul

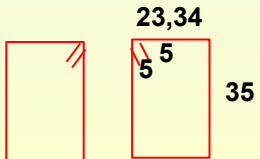
## 2. Justification de la ductilité locale 2. 3. Calcul du raccourcissement limite à la rupture

**L:** Longueur totale des armatures transversales (cadres et épingles)  
**Nbr:** Nombre total des cadres et épingles sur la hauteur critique  
**V<sub>nc</sub>:** Volume du noyau confiné en béton  
**V<sub>sc</sub>:** Volume des armatures de confinement

**Notre cas**

$h_{cr} = 2,04 \text{ m}$   
 $b_c = 20 \text{ cm}$   
 $b_c = 40 \text{ cm}$   
 $b_0 = 35 \text{ cm}$   
 $b_i = 11,67 \text{ cm}$   
 $h_0 = 35 \text{ cm}$   
 $l_c = 40 \text{ cm}$   
 $s_t = 8 \text{ cm}$   
 $\phi_t = 8 \text{ mm}$   
 $L = 253,36 \text{ cm}$   
 $f_{cd} = \frac{f_{c28}}{\gamma_b} = \frac{25}{1,2} = 20,83 \text{ MPa}$   
 $f_{yd} = \frac{f_e}{\gamma_s} = \frac{400}{1,0} = 400 \text{ MPa}$

$$Nbr = \frac{h_{cr} - 10\text{cm}}{s_t} = \frac{204 - 10\text{cm}}{8} = 24 \text{ cadres}$$



Ainsi

$$\omega_{wd} = \frac{V_{sc} f_{yd}}{V_{nc} f_{cd}} \geq 0,08$$

$$V_{nc} = b_0 l_c h_{cr} = 35 \times 40 \times 204 = 285600 \text{ cm}^3$$

$$V_{sc} = L \left( \frac{\pi \phi_t^2}{4} \right) \cdot Nbr = 253,36 \left( \frac{\pi \cdot 0,8^2}{4} \right) \cdot 24 = 3056,46 \text{ cm}^3$$

$$\omega_{wd} = \frac{3056,46 \cdot 400 \cdot 1,2}{285600 \cdot 25 \cdot 1,0} = 0,205 \geq 0,08$$

$$\alpha_n = 1 - \sum \frac{b_i^2}{6 b_0 h_0} = 1 - 6 \frac{11,67^2}{6 \times 35 \times 35} - 4 \frac{17,5^2}{6 \times 35 \times 35} = 0,73$$

$$\alpha_s = \left( 1 - \frac{s_t}{2 b_0} \right) \left( 1 - \frac{s_t}{2 h_0} \right) = \left( 1 - \frac{8}{2 \times 35} \right) \left( 1 - \frac{8}{2 \times 35} \right) = 0,78$$

$$\alpha = \alpha_n \cdot \alpha_s = 0,73 \times 0,78 = 0,57$$

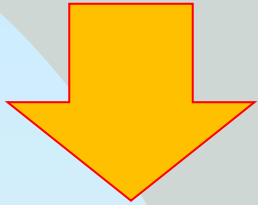
$$\epsilon_{cu,c} = 0,0035 + 0,1 \alpha \omega_{wd} = 0,0035 + 0,1 \times 0,57 \times 0,205 = 0,015$$



Calcul du raccourcissement limite à la rupture



**Calcul final de la longueur  
comprimée des parties de  
rive**



**La longueur  
comprimée des  
parties de rive**

**Calcul**

## 2. Justification de la ductilité locale

calcul

Longueur comprimée  
«  $l_{c,calcul} \geq l_c$  » des parties rive

$$l_{c,calcul} = \chi_u \left( 1 - \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{cu,c}} \right) \geq l_c$$

$$l_{c,calcul} = 53,14 \left( 1 - \frac{0,0035}{0,015} \right) = 40,74 \text{ cm}$$

$$l_c \geq \max(0,15l_w; 1,5b_w) \quad l_c \geq \max(0,15 \times 1,5; 1,5 \times 0,2) = 30 \text{ cm}$$

Mais «  $l_c$  » pris dans les calculs était de  $l_{c,réel} = 40 \text{ cm}$

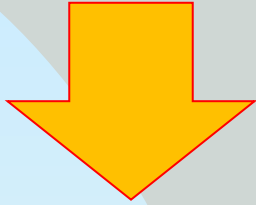
$$l_{c,calcul} > l_{c,réel}$$

Condition vérifiée

On garde l'espacement «  $s_t = 8 \text{ cm}$  »

Espacement final à garder est de **8 cm**

**Vérification du rapport  
mécanique «  $\omega_{wd}$  » en  
volume des armatures de  
confinement**



**Cas des murs de  
section  
rectangulaire  
(Sans  
excroissance ni  
membrures)**

**Vérification**

## 2. Justification de la ductilité locale

Valable uniquement pour les sections rectangulaires

Il faut vérifier

Dans le cas des sections rectangulaires, il faut vérifier dans les éléments de rive que :

$$\alpha \cdot \omega_{wd} \geq 30 \cdot \mu_{\phi} (v_d + \omega_v) \cdot \varepsilon_{sy,d} \frac{b_c}{b_0} - 0,035$$

$\omega_{wd}$ : rapport mécanique en volume des armatures de confinement

$\mu_{\phi}$ : Coefficient de ductilité en courbure

$\varepsilon_{sy,d}$ : déformation limite de l'acier en traction

Calcul du coefficient de ductilité «  $\mu_{\phi}$  »

## 2. Justification de la ductilité locale

Calcul de

«  $\mu_\phi$  »

Valable uniquement pour les sections rectangulaires

02 cas :

$$\mu_\phi = \begin{cases} 2 \cdot \left( \frac{R}{Q_f} \cdot \frac{M_{ED}}{M_{RD}} \right) - 1 & T_0 \geq T_2 \\ 1 + 2 \cdot \left[ \left( \frac{R}{Q_f} \cdot \frac{M_{ED}}{M_{RD}} \right) - 1 \right] \cdot \frac{T_2}{T_0} & T_0 < T_2 \end{cases}$$

$R$ : Coefficient de comportement

$Q_f$ : Facteur de qualité

$T_0$ : Période fondamentale

$T_2$ : Période du spectre correspondante à l'accélération constante

$M_{ED}$ : Moment fléchissant issu de l'analyse (enveloppe de calcul décalée) à la base du mur

$M_{RD}$ : Moment résistant à la flexion

Notre cas

$R = 4,5$   
 $Q_f = 1,1$   
 $T_0 = 0,40 \text{ s}$   
 $T_2 = 0,30 \text{ s}$   
 $M_{ED} = 215,90 \text{ KN.m}$   
 $M_{RD} = 1002 \text{ KN.m}$

$$T_0 > T_2 \Rightarrow \mu_\phi = 2 \cdot \left( \frac{R}{Q_f} \cdot \frac{M_{ED}}{M_{RD}} \right) - 1 = 2 \cdot \left( \frac{4,5}{1,1} \cdot \frac{215,90}{1002} \right) - 1$$

$\mu_\phi = 0,76$

Vérification

## 2. Justification de la ductilité locale

Vérification

$$\alpha \cdot \omega_{wd} \geq 30 \cdot \mu_{\phi} (v_d + \omega_v) \cdot \varepsilon_{sy,d} \frac{b_c}{b_0} - 0,035$$

$$\begin{aligned} \alpha &= \\ \omega_{wd} &= \\ \mu_{\phi} &= 0,76 \\ v_d &= \\ \omega_v &= \\ \varepsilon_{sy,d} &= 0,002 \\ b_c &= \\ b_0 &= \end{aligned}$$

$$\varepsilon_{sy,d} = \frac{f_e}{E} = \frac{400}{200000} = 0,002$$

Normalement avec les résultats de la 1<sup>ère</sup> partie, on peut calculer (pour une section rectangulaire seulement)

$$\begin{aligned} \alpha \cdot \omega_{wd} \\ 30 \cdot \mu_{\phi} (v_d + \omega_v) \cdot \varepsilon_{sy,d} \frac{b_c}{b_0} - 0,035 \end{aligned}$$

Puis, on les compare

**Merci. Fin du Chapitre 12C**

***[www.abdellatif-megnounif.com/?action=cours](http://www.abdellatif-megnounif.com/?action=cours)***



# *Dynamique des structures*

**Abdellatif MEGNOUNIF**

**Prochain Cours**

**Chap. 13**

**Ferraillage – Ferraillage de la Semelle Isolée**