Dynamique des Structures

Abdellatif MEGNOUNIF
E-mail: abdellatif_megnounif@yahoo.fr

Partie 2: Systèmes à plusieurs DDL.

Application 16

Règles Parasismiques Algériennes RPA 1999 version 2003

Méthode Statique Equivalente

Exemple 16 **Jeudi 25.01.2024**

Objectif

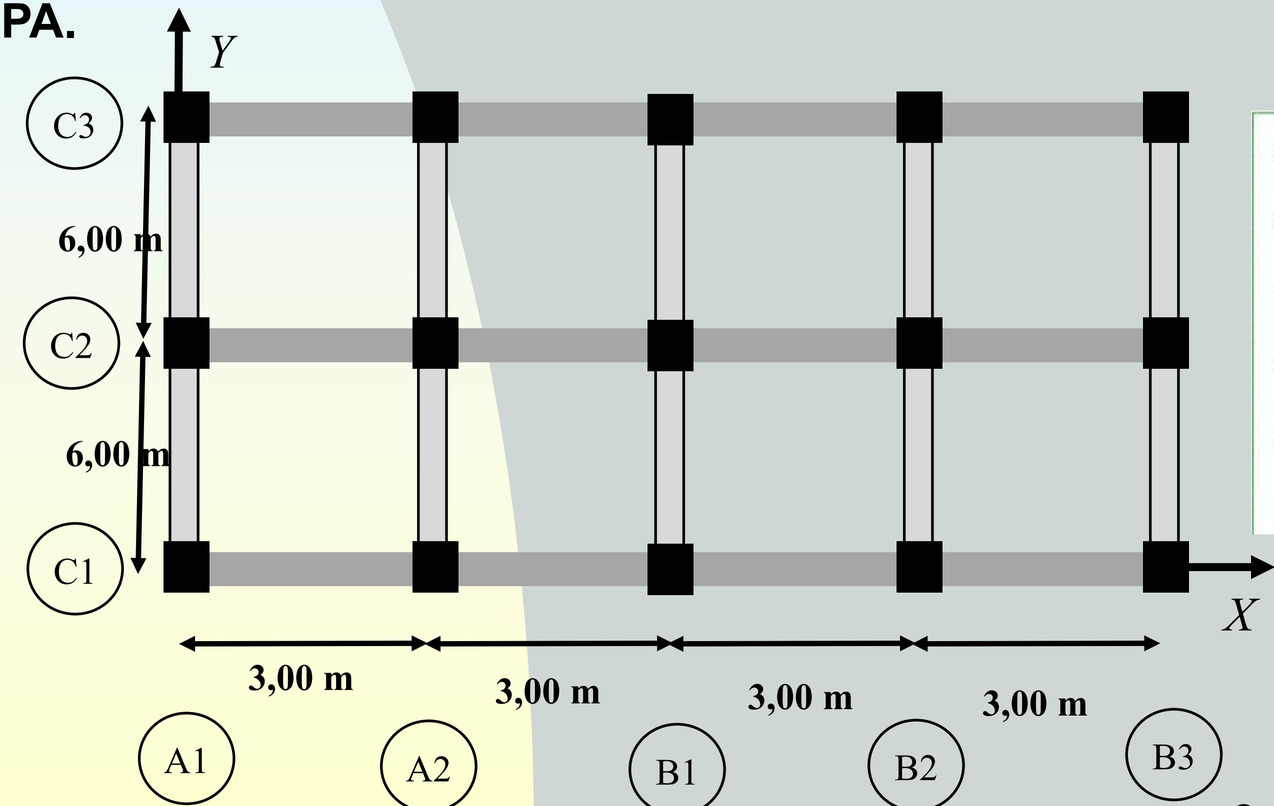
Le but de cette application est de :

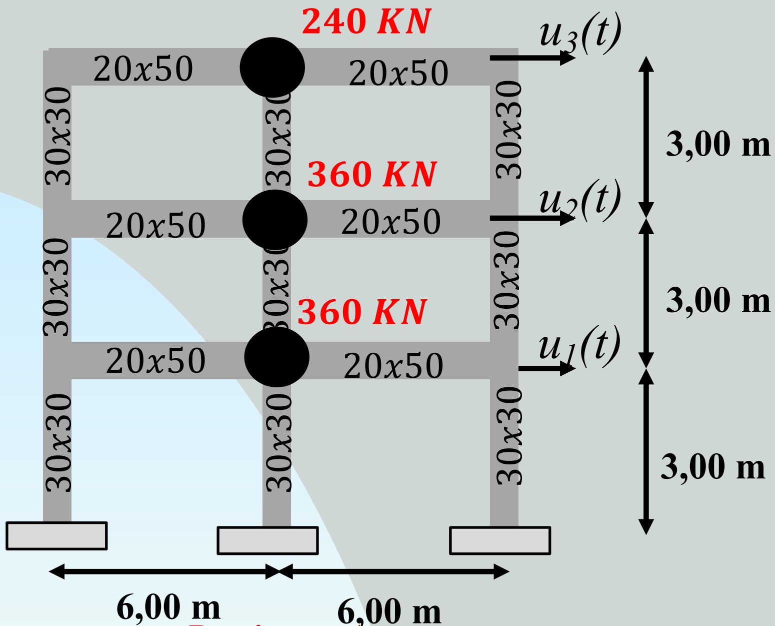
- Calculer les efforts induits par un séisme et répartis sur tous les DDL.
- Utilisation de la méthode statique équivalente des règles RPA 1999 version 2003.
- Répartition des efforts horizontalement et verticalement suivant les rigidités correspondantes.

Exemple

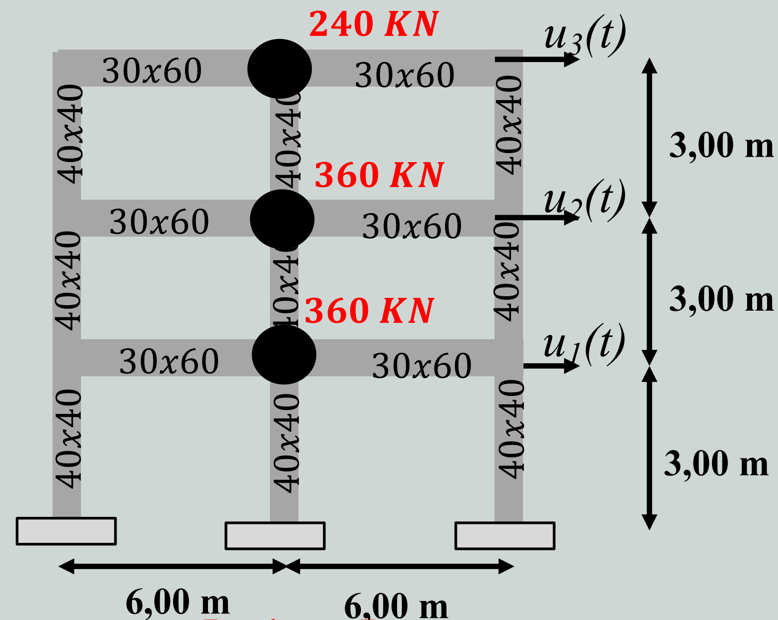
On veut étudier la structure montrée en figure avec ses coupes par la méthode statique équivalente des RPA 1999 version 2003. La structure sera construite dans une zone sismique où le coefficient d'accélération A=0,15. Le facteur de comportement R=5 et le facteur de qualité Q=1,20. Le coefficient d'amplification dynamique D(T) est celui du RPA donné en figure pour les sols fermes. Prendre $\xi = 5\ \%$. Pour cela, on vous demande de :

Déterminer la distribution des efforts induits par un séisme horizontalement (Suivant les 02 directions) et verticalement, selon les recommandations des RPA.

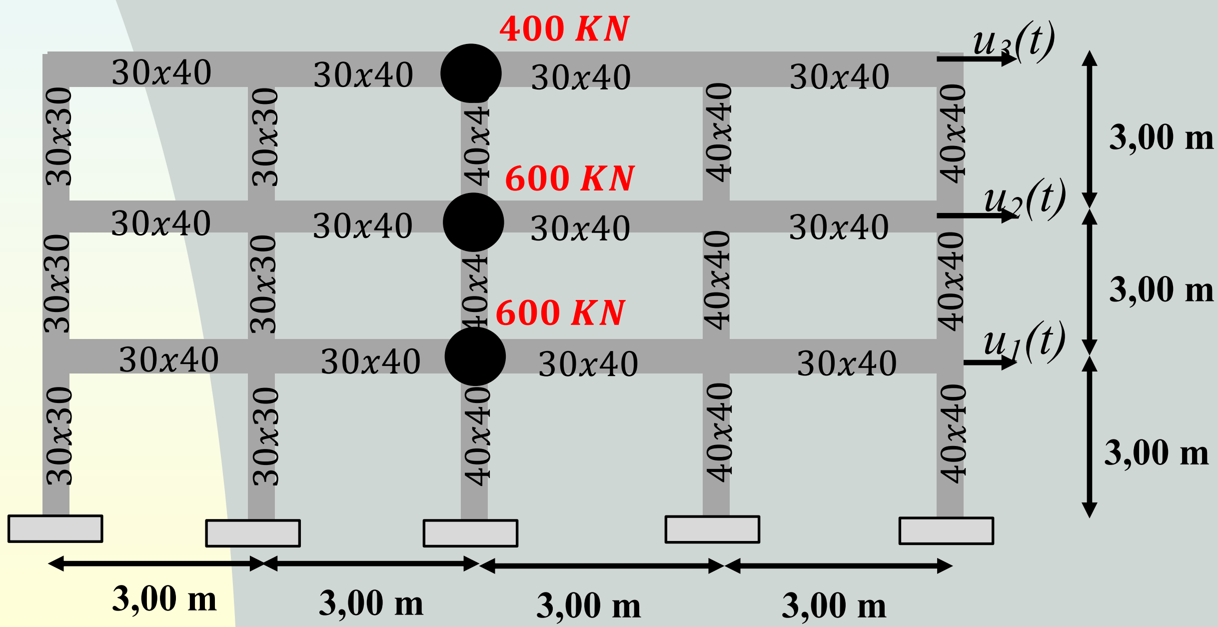




Portiques A



Portiques B



Portiques C

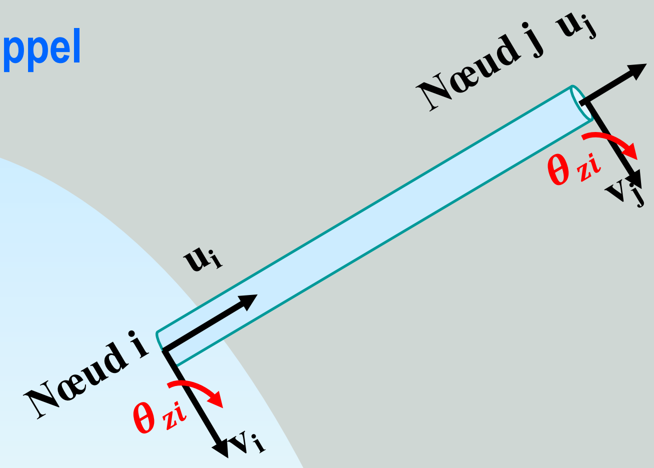
Solution

Calcul des rigidités transversales et longitudinales pour la répartition des efforts sismiques ?

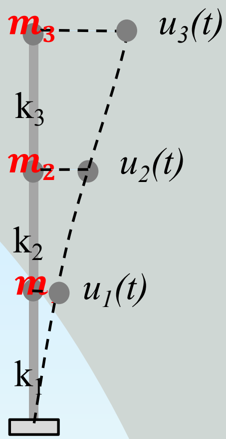
Pour un calcul exact, on prend la matrice de rigidité complète de l'élément poutre dans l'espace et on ne retient que le DDL qui nous intéresse par condensation des DDL

- ✓ **Poutre très rigide.**
- ✓ **Masse totale concentrée sur chaque plancher.**
- ✓ **Poteaux sans masses mais peuvent se déformer verticalement et rotationnellement.**
- ✓ **Seuls DDLs, possibilité de flexion des poteaux, de façon dépendante entre les 02 niveaux.**
- ✓ **Détermination des rigidités des DDL concernés par condensation des autres DDL.**

Rappel



$$
[K] = \begin{array}{c}
\left[\begin{array}{cccccc}
EA/L & 0 & 0 & -EA/L & 0 & 0 \\
 & \dfrac{12EI}{L^3} & \dfrac{6EI}{L^2} & 0 & \dfrac{-12EI}{L^3} & \dfrac{6EI}{L^2} \\
 & & \dfrac{4EI}{L} & 0 & \dfrac{-6EI}{L^2} & \dfrac{2EI}{L} \\
 & & & EA/L & 0 & 0 \\
 & \text{Symétrie} & & & \dfrac{12EI}{L^3} & \dfrac{-6EI}{L^2} \\
 & & & & & \dfrac{4EI}{L}
\end{array}\right]
\end{array}
\begin{array}{l}
\longrightarrow \mathbf{u}_i \\[1.2em]
\longrightarrow \mathbf{v}_i \\[1.2em]
\longrightarrow \theta_i \\[1.2em]
\longrightarrow \mathbf{u}_j \\[1.2em]
\longrightarrow \mathbf{v}_j \\[1.2em]
\longrightarrow \theta_j
\end{array}
$$



$$[K_e] = \begin{array}{c} \begin{bmatrix} EA/L & 0 & 0 & -EA/L & 0 & 0 \\ & \dfrac{12EI}{L^3} & \dfrac{6EI}{L^2} & 0 & \dfrac{-12EI}{L^3} & \dfrac{6EI}{L^2} \\ & & \dfrac{4EI}{L} & 0 & \dfrac{-6EI}{L^2} & \dfrac{2EI}{L} \\ & \text{Symétrie} & & EA/L & 0 & 0 \\ & & & & \dfrac{12EI}{L^3} & \dfrac{-6EI}{L^2} \\ & & & & & \dfrac{4EI}{L} \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{l} \longrightarrow \mathbf{u}_i \\ \longrightarrow \mathbf{v}_i \\ \longrightarrow \boldsymbol{\theta}_i \\ \longrightarrow \mathbf{u}_j \\ \longrightarrow \mathbf{v}_j \\ \longrightarrow \boldsymbol{\theta}_j \end{array}$$

On assemble toutes les matrices élémentaires $[K_e]$, après les avoir transformées, pour obtenir la matrice globale de toute la structure $[K_S]$.

Puisqu'on s'intéresse uniquement aux DDL latéraux du portique u_1, u_2 et u_3, il faut donc dégager la matrice de rigidité réduite $[K'_S]$ correspondant aux DDL dynamiques pris en compte.

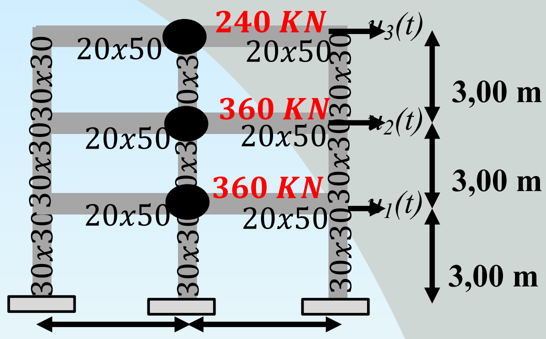
$$[K_S] = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$$

La sous matrice $[D]$ correspond aux DDL dynamiques u_1, u_2 et u_3

Après plusieurs transformations, on trouvera :

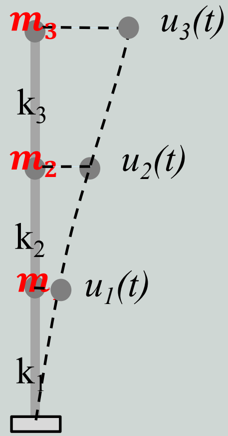
$$\boldsymbol{[K'_S] = [D] - [C][A^{-1}]\,[B]}$$

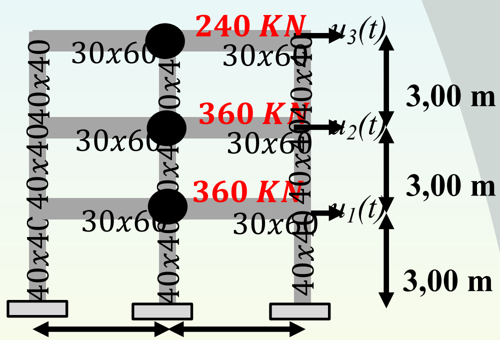
Après tous les calculs, on obtient



Portiques A

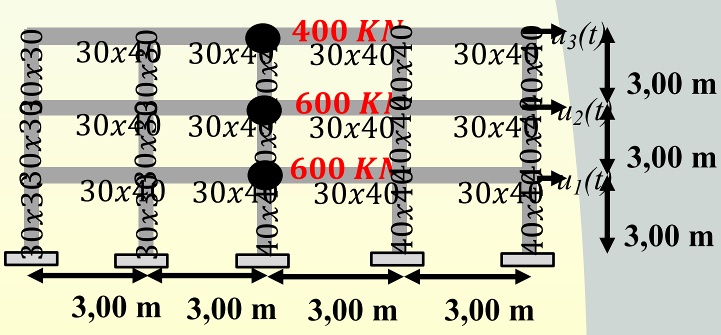
$$[K_L]_A = 10^5 \begin{bmatrix} 0{,}426 & -0{,}228 & 0{,}030 \\ & 0{,}379 & -0{,}185 \\ \text{Symétrie} & & 0{,}157 \end{bmatrix}$$





Portiques B

$$[K_L]_B = 10^5 \begin{bmatrix} 1{,}305 & -0{,}699 & 0{,}099 \\ \text{Symétrie} & 1{,}142 & -0{,}555 \\ & & 0{,}466 \end{bmatrix}$$

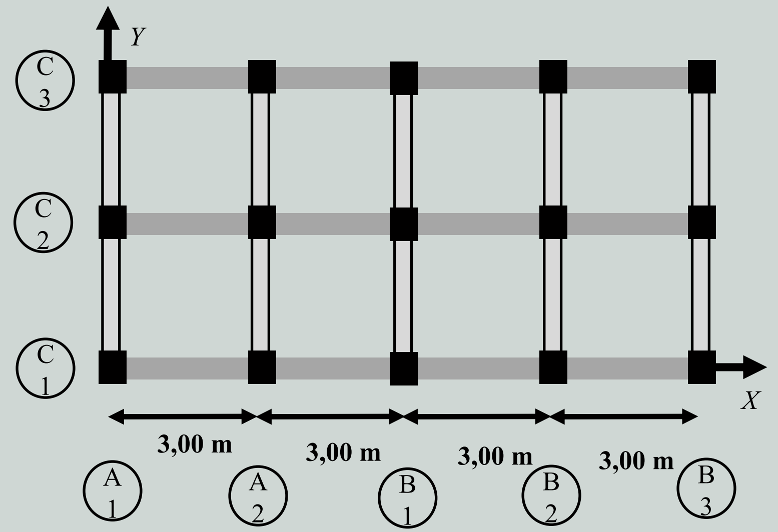


Portiques C

$$[K_L]_C = 10^5 \begin{bmatrix} 1{,}528 & -0{,}809 & 0{,}115 \\ & 1{,}313 & -0{,}636 \\ \text{Symétrie} & & 0{,}531 \end{bmatrix}$$

$$[K_L]_A = 10^5 \begin{bmatrix} 0,426 & -0,228 & 0,030 \\ & 0,379 & -0,185 \\ & & 0,157 \end{bmatrix} \quad [K_L]_B = 10^5 \begin{bmatrix} 1,305 & -0,699 & 0,099 \\ & 1,142 & -0,555 \\ & & 0,466 \end{bmatrix} \quad [K_L]_C = 10^5 \begin{bmatrix} 1,528 & -0,809 & 0,115 \\ & 1,313 & -0,636 \\ & & 0,531 \end{bmatrix}$$

Ainsi



Dans la direction transversale

$$[K_L]_{trans} = 2[K_L]_A + 3[K_L]_B$$

$$[K_L]_{Trans} = 10^5 \begin{bmatrix} 4,767 & -2,553 & 0,357 \\ & 4,184 & -2,035 \\ & & 1,712 \end{bmatrix}$$

Dans la direction Longitudinale

$$[K_L]_{long} = 3[K_L]_C$$

$$[K_L]_{Long} = 10^5 \begin{bmatrix} 4,584 & -2,427 & 0,345 \\ & 3,939 & -1,908 \\ & & 1,593 \end{bmatrix}$$

Matrice M ?

La matrice masse $[M]$ est la même dans les 02 directions

Transversale $[M]_{trans} = 2[M]_A + 3[M]_B$

Longitudinale $[M]_{long} = 3[M]_C$

$$[M] = \frac{1}{g}[W] = \frac{10^3}{9,81}\begin{bmatrix} 1800 & 0 & 0 \\ 0 & 1800 & 0 \\ 0 & 0 & 1200 \end{bmatrix}$$

$$[M] = 10^5\begin{bmatrix} 1,835 & 0 & 0 \\ 0 & 1,835 & 0 \\ 0 & 0 & 1,223 \end{bmatrix}$$

Calcul des pulsations et modes propres de vibration ?

Solutions :

$$\boldsymbol{det}|\boldsymbol{K} - \omega^2 \boldsymbol{M}| = 0$$

Transversale

$\omega_1 = 14,2379\ \frac{rd}{s}$ $\qquad T_1 = 0,4413\ s$

$\omega_2 = 42,368\ \frac{rd}{s}$ $\qquad T_2 = 0,1483\ s$

$\omega_3 = 65,31377\ \frac{rd}{s}$ $\qquad T_3 = 0,0962\ s$

$$\boldsymbol{\Phi} = \begin{bmatrix} 0,374 & 0,946 & 1,299 \\ 0,784 & 0,399 & -1,465 \\ 1,0 & -1,0 & 1,0 \end{bmatrix}$$

Longitudinale

$\omega_1 = 13,791\ \frac{rd}{s}$ $\qquad T_1 = 0,4556\ s$

$\omega_2 = 38,68956\ \frac{rd}{s}$ $\qquad T_2 = 0,1624\ s$

$\omega_3 = 63,72398\ \frac{rd}{s}$ $\qquad T_3 = 0,0986\ s$

$$\boldsymbol{\Phi} = \begin{bmatrix} 0,365 & 0,925 & 1,442 \\ 0,778 & 0,424 & -1,333 \\ 1,0 & -1,0 & 1,0 \end{bmatrix}$$

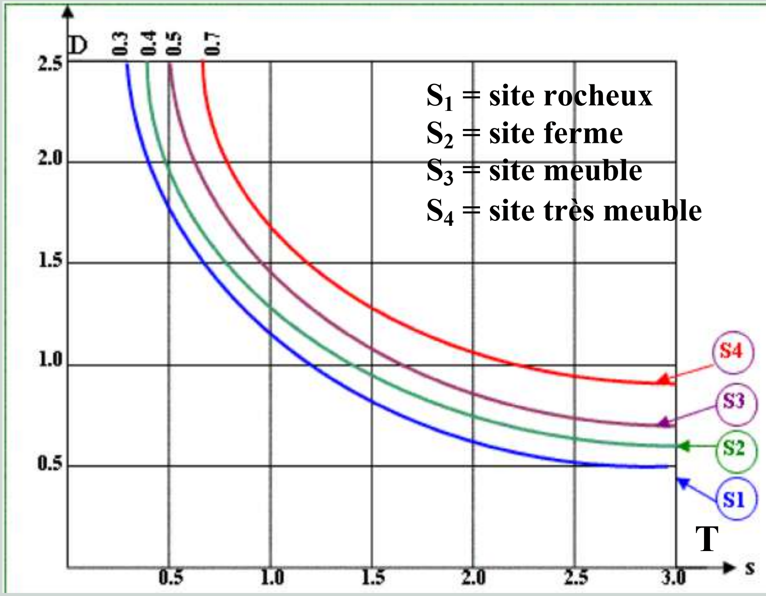
Calcul des efforts par RPA ?

Force sismique totale à la base

$$V = \frac{A\,D\,Q}{R}\,W$$

Avec D ??? (correspondant à la période fondamentale)

$$D = \begin{cases} 2.5\eta & 0 \le T \le T_2 \\ 2.5\eta\left(\dfrac{T_2}{T}\right)^{2/3} & T_2 \le T \le 3.0\ s \\ 2.5\eta\left(\dfrac{T_2}{3}\right)^{2/3}\left(\dfrac{3}{T}\right)^{5/3} & T > 3.0s \end{cases}$$



Sol ferme (S2) ➡ $T_1 = 0,15$ et $T_2 = 0,40$

Calcul des efforts par RPA ?

Récapitulatif

Données	Transversale	Longitudinale
A	0,15	0,15
R	5	5
Q	1,2	1,2
T_{mode1}	0,4413	0,4556
D	2,3415	2,2922
$C = \frac{A\,D\,Q}{R}$	0,0843	0,08252
W (KN)	4800	4800
V = C W (KN)	404,612	396,093

avec $T_2 = 0,40 \leq T_{mode1} = 0,4413\,(0,4556)\,s \leq 3,0$

D'où $D = 2.5\eta \left(\frac{T_2}{T}\right)^{2/3}$

Si on n'avait pas les valeurs de T_{mode1}, on pourrait utiliser les formules empiriques proposées par les RPA (Voir §4.2.4 des RPA 1999 version 2003).

Solution

Distribution de la résultante des forces sismiques suivant la hauteur

$$V = F_t + \sum F_i$$

F_t Pour tenir compte de l'influence des modes supérieurs

Avec $F_t = 0,07\, T\, V \leq 0,25\, V$ Pour : $T \geq 0,7\, s$

$F_t = 0$ Pour : $T \leq 0,7\, s$

$$T_{mode1\_Lonf} = 0,4556\, s$$

$$T_{mode1\_Tran} = 0,4413\, s$$

et

$$F_i = \frac{(V - F_t) W_i h_i}{\sum_{j=1}^{n} W_j h_j}$$

Transversale

Etage	W_i(KN)	h_i(m)	$W_i.h_i$	$\frac{W_i h_i}{\sum_{j=1}^{n} W_j h_j}$	Fe (KN)	Cumul Fe
3	1200	9	10800	0,4	161,8448	161,8448
2	1800	6	10800	0,4	161,8448	323,6896
1	1800	3	5400	0,2	80,9224	404,612
			27000		404,612	

Longitudinale

Etage	W_i(KN)	h_i(m)	$W_i.h_i$	$\frac{W_i h_i}{\sum_{j=1}^{n} W_j h_j}$	Fe (KN)	Cumul Fe
3	1200	9	10800	0,4	158,4372	158,4372
2	1800	6	10800	0,4	158,4372	316,8744
1	1800	3	5400	0,2	79,2186	396,093
			27000		396,093	

Solution

Distribution horizontale des forces sismiques

L'effort tranchant au niveau de l'étage « k »

$$V_k = F_t + \sum_{i=k}^{n} F_i$$

Dans le cas de planchers rigides dans leur plan, est distribué aux éléments verticaux proportionnellement à leurs rigidités relatives

Rigidité relative de niveau

La rigidité relative R_k est l'effort tranchant T_k qu'il faut appliquer au niveau « k » pour avoir un déplacement relatif unitaire.

Les rigidités relatives permettent de calculer les centres de rigidité pour les comparer aux centres de masses.

$$R_k = \frac{T_k}{\Delta_k}$$ **Avec:** $$\Delta_k = u_k - u_{k-1}$$

Déplacement relatif entre 02 étages consécutives

Efforts tranchants
T_k ?

Solution

Distribution horizontale des forces sismiques

Répartition des efforts par portique

Les efforts tranchants T_k sont les efforts appliqués par étage et cumulés.

Les efforts par étage ?

Suivant longitudinale : Même portique se répète 03 fois. Portique C.

Suivant transversal : 02 portiques A et 03 portiques B

$$\{\boldsymbol{F_k}\}^A = [K_L]_A\{\boldsymbol{u_k}\}_{trans} \qquad \{\boldsymbol{F_k}\}^B = [K_L]_B\{\boldsymbol{u_k}\}_{trans} \qquad \{\boldsymbol{F_k}\}^C = \frac{1}{3}\{\boldsymbol{F_{ek}}\}_{Long}$$

Pour vérification, il faut: $2\,\{\boldsymbol{F_k}\}^A + 3\{\boldsymbol{F_k}\}^B = \{\boldsymbol{F_k}\}_{trans}$

Déplacements $\{\boldsymbol{u_k}\}_{trans}$?

Solution

Calcul des déplacements $\{u_k\}_{trans}$

On sait que :

$$[K_L]_{trans}\{\boldsymbol{u_k}\}_{\boldsymbol{trans}} = \{\boldsymbol{F_k}\}_{\boldsymbol{trans}} \qquad [K_L]_{Long}\{\boldsymbol{u_k}\}_{\boldsymbol{Long}} = \{\boldsymbol{F_k}\}_{\boldsymbol{Long}}$$

D'où

$$\{\boldsymbol{u_k}\}_{\boldsymbol{trans}} = [K_L]^{-1}_{\boldsymbol{trans}}\{\boldsymbol{F_k}\}_{\boldsymbol{trans}} \qquad \{\boldsymbol{u_k}\}_{\boldsymbol{Long}} = [K_L]^{-1}_{\boldsymbol{Long}}\{\boldsymbol{F_k}\}_{\boldsymbol{Long}}$$

Avec :

$$[K_L]_{Trans} = 10^5\begin{bmatrix} 4{,}767 & -2{,}553 & 0{,}357 \\ & 4{,}184 & -2{,}035 \\ & & 1{,}712 \end{bmatrix}$$

et

$$[K_L]_{Long} = 10^5\begin{bmatrix} 4{,}584 & -2{,}427 & 0{,}345 \\ & 3{,}939 & -1{,}908 \\ & & 1{,}593 \end{bmatrix}$$

On aura

$$\begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{Bmatrix}_{\boldsymbol{trans}} = \begin{Bmatrix} 0{,}00223 \\ 0{,}00470 \\ 0{,}00601 \end{Bmatrix} \quad \text{(m)}$$

$$\begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{Bmatrix}_{\boldsymbol{Long}} = \begin{Bmatrix} 0{,}00228 \\ 0{,}00488 \\ 0{,}00634 \end{Bmatrix} \quad \text{(m)}$$

Forces par portique et par étage ?

Solution

Forces par portique et par étage ?

Avec :

$$[K_L]_A = 10^5\begin{bmatrix}0{,}426 & -0{,}228 & 0{,}030\\ & 0{,}379 & -0{,}185\\ & & 0{,}157\end{bmatrix} \quad [K_L]_B = 10^5\begin{bmatrix}1{,}305 & -0{,}699 & 0{,}099\\ & 1{,}142 & -0{,}555\\ & & 0{,}466\end{bmatrix} \quad [K_L]_C = 10^5\begin{bmatrix}1{,}528 & -0{,}809 & 0{,}115\\ & 1{,}313 & -0{,}636\\ & & 0{,}531\end{bmatrix}$$

$$\{\boldsymbol{F_k}\}^{\boldsymbol{A}} = [K_L]_A\{\boldsymbol{u_k}\}_{\boldsymbol{trans}} \qquad \{\boldsymbol{F_k}\}^{\boldsymbol{B}} = [K_L]_B\{\boldsymbol{u_k}\}_{\boldsymbol{trans}} \qquad \{\boldsymbol{F_k}\}^{\boldsymbol{C}} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}\{\boldsymbol{F_{ek}}\}_{\boldsymbol{Long}}$$

On aura

$$\begin{Bmatrix}F_1\\F_2\\F_3\end{Bmatrix}_{\boldsymbol{A}} = 10^5\begin{bmatrix}0{,}426 & -0{,}228 & 0{,}030\\ & 0{,}379 & -0{,}185\\ & & 0{,}157\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}0{,}00223\\0{,}00470\\0{,}00601\end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix}6146{,}58\\14985{,}5\\14992{,}37\end{Bmatrix}(\boldsymbol{N})$$

$$\begin{Bmatrix}F_1\\F_2\\F_3\end{Bmatrix}_{\boldsymbol{B}} = 10^5\begin{bmatrix}1{,}305 & -0{,}699 & 0{,}099\\ & 1{,}142 & -0{,}555\\ & & 0{,}466\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}0{,}00223\\0{,}00470\\0{,}00601\end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix}22876{,}42\\43957{,}94\\43953{,}35\end{Bmatrix}(\boldsymbol{N})$$

$$\begin{Bmatrix}F_1\\F_2\\F_3\end{Bmatrix}_{\boldsymbol{C}} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}\begin{Bmatrix}79{,}2186\\158{,}4372\\158{,}4372\end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix}26406{,}2\\52812{,}4\\52812{,}4\end{Bmatrix}(\boldsymbol{N})$$

Solution

Rigidités relatives

$$R_k = \frac{T_k}{\Delta_k} \qquad \Delta_k = u_k - u_{k-1}$$

Récapitulatif

Portique	niv	F_k(KN)	T_k(KN)	u_K(m)	Δ_k (m)	R_k (KN/m)
		Pour chaque portique				
A (2)	3	14,99237	14,99237	0,00601	0,00131	11444,56
	2	14,9855	29,97787	0,0047	0,00247	12136,79
	1	6,14657	36,12444	0,00223	0,00223	16199,30
B (3)	3	43,95335	43,95335	0,00601	0,00131	33552,18
	2	43,95794	87,91129	0,0047	0,00247	35591,61
	1	22,87642	110,78770	0,00223	0,00223	49680,58
C (3)	3	52,81240	52,81240	0,00634	0,00146	36172,88
	2	52,81240	105,62480	0,00488	0,0026	40624,92
	1	26,40620	132,03100	0,00228	0,00228	57908,33

Les rigidités relatives permettent de calculer les centres de rigidité pour les comparer aux centres de masse.

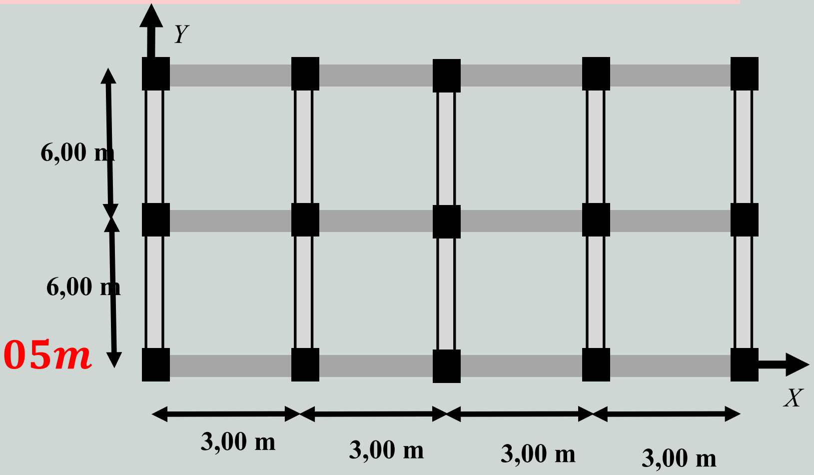
Solution

Calcul à la torsion ?

Solution

Centre de rigidité à chaque niveau ?

$$x_{c.R} = \frac{\sum_{j=1}^{5} R_{jy}\, x_j}{\sum_{j=1}^{5} R_{jy}} \quad \textbf{et} \quad y_{c.R} = \frac{\sum_{j=1}^{3} R_{jx}\, y_j}{\sum_{j=1}^{3} R_{jx}}$$



Niveau 3

$$x_{c.R} = \frac{11444{,}56\,(0+3) + 33552{,}18(6+9+12)}{11444{,}56\; x\; 2 + 33552{,}18\; x\; 3} = \mathbf{7{,}6105}\boldsymbol{m}$$

$$y_{c.R} = \frac{36172{,}88\,(0+6+12)}{36172{,}88\; x\; 3} = \mathbf{6{,}0\; m}. \quad \textit{Symétrie}$$

Niveau 2

$$x_{c.R} = \frac{12136{,}79\,(0+3) + 35591{,}61(6+9+12)}{12136{,}79\; x\; 2 + 35591{,}61\; x\; 3} = \mathbf{7{,}6108\; m}$$

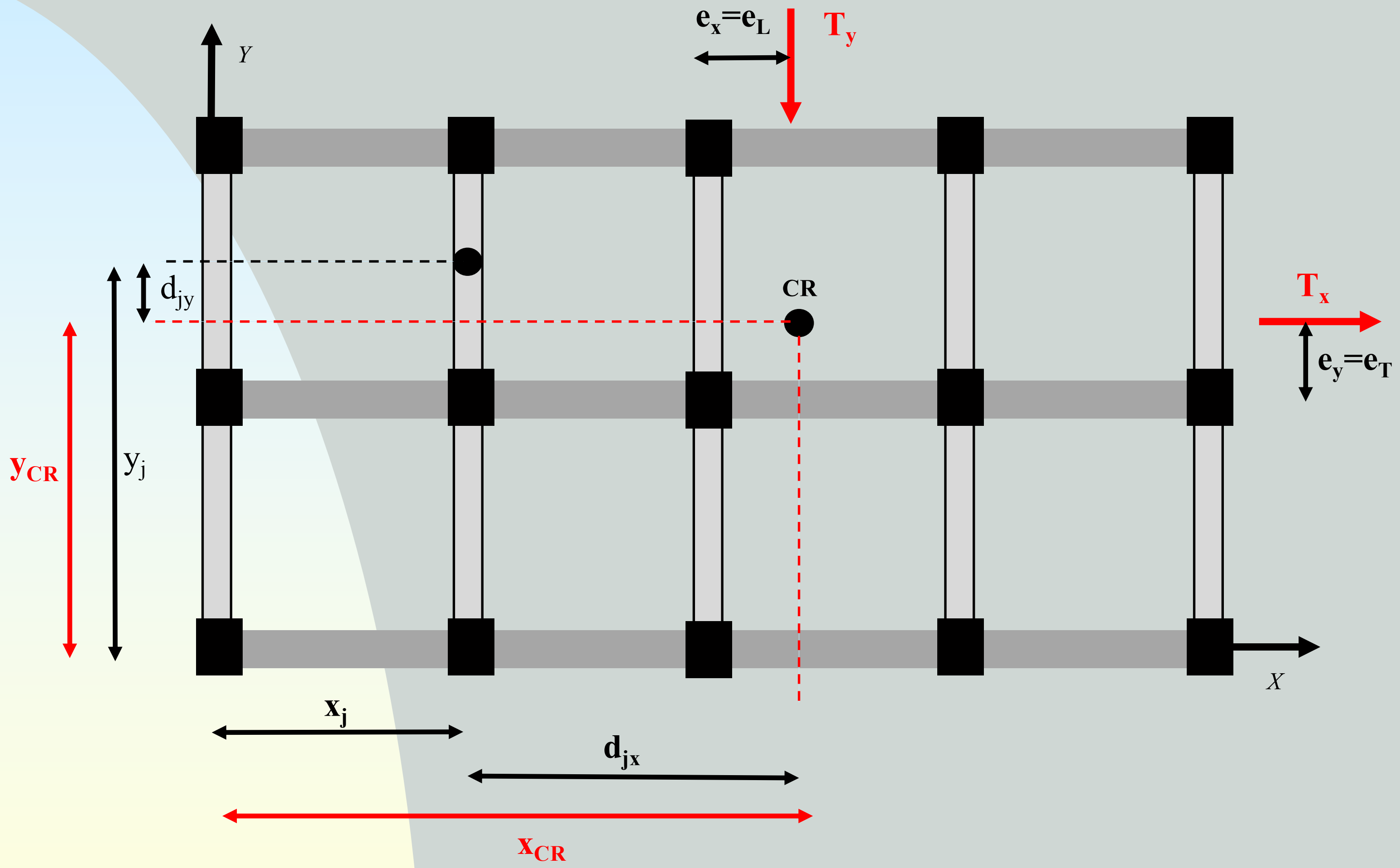
$$y_{c.R} = \frac{40624{,}92\,(0+6+12)}{40624{,}92\; x\; 3} = \mathbf{6{,}0\; m}. \quad \textit{Symétrie}$$

Niveau 1

$$x_{c.R} = \frac{16199{,}30\,(0+3) + 49680{,}58(6+9+12)}{16199{,}30\; x\; 2 + 49680{,}58\; x\; 3} = \mathbf{7{,}6608\; m}$$

$$y_{c.R} = \frac{57908{,}33\,(0+6+12)}{57908{,}33\; x\; 3} = \mathbf{6{,}0\; m}. \quad \textit{Symétrie}$$

Ainsi



Selon RPA

Excentricités accidentelles

$$e_x^{acc} = e_y^{acc} = 5\%\ max(L_x\ ; L_y) \qquad e_x^{acc} = e_y^{acc} = 5\%\ max(12\ ; 12)$$

$$e_x^{acc} = e_y^{acc} = 0,60\ m$$

On prend le max des 02

Niveau		Accidentelle	Théorique	Retenue
1	$e_x = e_L(m)$	0,60	1,6608	1,6608
	$e_y = e_T(m)$	0,60	0	0,60
2	$e_x = e_L(m)$	0,60	1,6108	1,6108
	$e_y = e_T(m)$	0,60	0	0,60
3	$e_x = e_L(m)$	0,60	1,6105	1,6105
	$e_y = e_T(m)$	0,60	0	0,60

N.B : Le centre de masse est confondu avec le centre de symétrie du niveau

Solution

Rigidité à la torsion ?

Moments de torsion ?

Rotation par torsion par niveau ?

Rigidité à la torsion

$$J_k = \sum_{j=1}^{3} R_{jx} d_{jy}^2 + \sum_{j=1}^{5} R_{jy} d_{jx}^2$$

Moment de torsion au niveau « k »

$$M_{t,k} = T_x e_y + T_y e_x$$

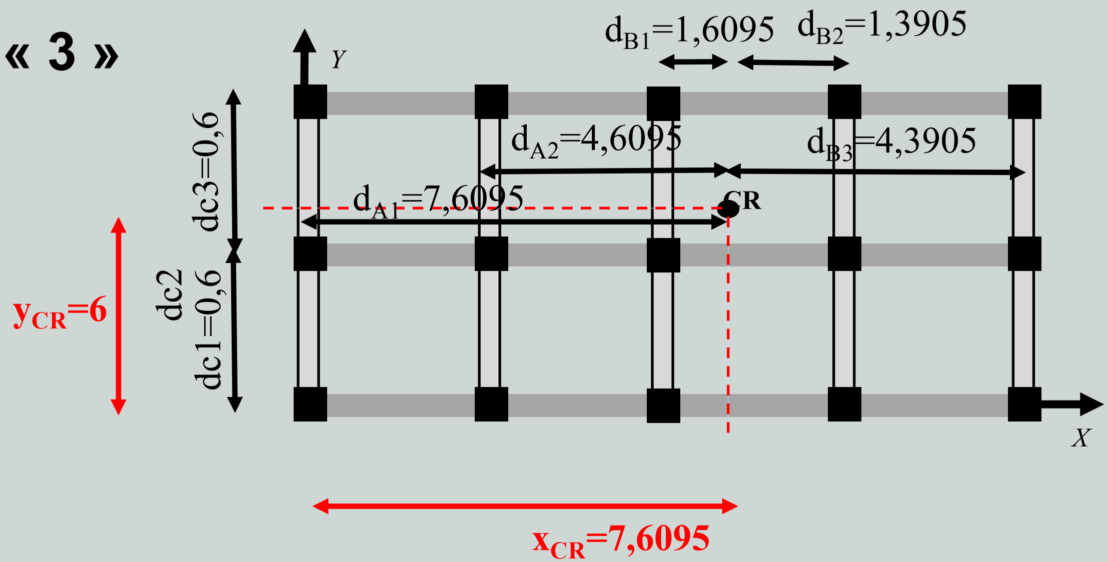
Rotation par torsion au niveau « k »

$$\varphi_{t,k} = \frac{M_{t,k}}{J_k}$$

Solution

Exemple de calcul ?

d_j ? Exemple niveau « 3 »



D'où Rigidité à la torsion

$$J_3 = \sum_{j=1}^{3} R_{jx} d_{jy}^2 + \sum_{j=1}^{5} R_{jy} d_{jx}^2 = R_{Ay}(d_{A1}^2 + d_{A2}^2) + R_{By}(d_{B1}^2 + d_{B2}^2 + d_{B3}^2) + R_{Cx}(d_{C1}^2 + d_{C2}^2 + d_{C3}^2)$$

$$J_3 = 11444{,}56(7{,}6105^2 + 4{,}6105^2) + 33552{,}18(1{,}6108^2 + 1{,}3895^2 + 4{,}3895^2) + 36172{,}88(6^2 + 0 + 6^2)$$

$$J_3 = 4308864{,}115$$

Moment de torsion au niveau « k » $M_{t,k} = T_x e_y + T_y e_x = 158{,}4372\ x\ 0{,}6 + 161{,}8448\ x\ 1{,}6105$

$$M_{t,k} = 355{,}7133\ KN.m$$

Rotation par torsion au niveau « k » $\varphi_{t,k} = \frac{M_{t,k}}{J_k} = \frac{355{,}7133}{4308864{,}115} = 8{,}255\ 10^{-5}\ Rd$

Solution

Les autres niveaux se calculent de la même manière

Récapitulatif

Valeurs des d_{jx} et d_{jy} ?

	Niveau 1		Niveau 2		Niveau 3	
	d_{jx}	d_{jy}	d_{jx}	d_{jy}	d_{jx}	d_{jy}
A1	7,6608		7,6108		7,6105	
A2	4,6608		4,6108		4,6105	
B1	1,6608		1,6108		1,6105	
B2	-1,3392		-1,3892		-1,3895	
B3	-4,3392		-4,3892		-4,3895	
C1		-6		-6		-6
C2		0		0		0
C3		6		6		6

Récapitulatif

	NIVEAU		
Données	1	2	3
$\boldsymbol{e_x} = \mathrm{e_L(m)}$	1,6605	1,6108	1,6105
$\boldsymbol{e_y = e_T(m)}$	0,6	0,6	0,6
$T_x=T_L$ (KN)	158,4372	316,8744	396,093
$Ty=T_T$ (KN)	161,8448	323,6896	404,612
$M_{t,k}$ (KN.m)	909,6354	711,5238	355,7133
J_k (KN.m)	6633551,121	4732742,256	4308864,115
$\varphi_{t,k}$ 10^{-5} Rd	13,713	15,034	8,255

Augmentation de la force sismique provoquée par la torsion horizontale

Effort tranchant supplémentaire ?

$\Delta_{j,Supp}$: Déplacement supplémentaire du à la torsion
φ_j: Rotation par torsion au niveau « k »
d_j: Bras de levier (avec son signe)

$$\boldsymbol{T_{j,Supp}} = \Delta_{j,Supp}\, R_j \quad \textbf{Avec} \quad \Delta_{j,Supp} = \varphi_j d_j$$

D'où $$\boldsymbol{T_{j,Supp}} = \varphi_j\, d_j\, R_j$$

Sachant que la force de torsion est $$\boldsymbol{F_{k,Torsion} = T_{k,\,Supp} - T_{k+1,\,Supp}}$$

La force sismique totale (Translation + Rotation)

$$\boldsymbol{F_{k,\,Totale} = F_{k,Trans} + F_{k,Torsion}} \quad \textbf{Si} \quad \boldsymbol{F_{k,Torsion} > 0}$$
$$\boldsymbol{F_{k,\,Totale} = F_{k,Trans}} \quad \textbf{Si} \quad \boldsymbol{F_{k,Torsion} < 0}$$

Exemple de calcul

$$\boldsymbol{T_{A,1}} = \varphi_j\, d_j\, R_j = 13{,}713\ 10^{-5}\ x\ 7{,}6608\ x\ 16199{,}3 = 17{,}018\ KN$$
$$\boldsymbol{T_{A,2}} = \varphi_j\, d_j\, R_j = 15{,}034\ 10^{-5}\ x\ 7{,}6108\ x\ 12136{,}79 = 13{,}887\ KN$$
$$\boldsymbol{T_{A,3}} = \varphi_j\, d_j\, R_j = 8{,}255\ 10^{-5}\ x\ 7{,}6105\ x\ 11444{,}56 = 7{,}190\ KN$$

D'où : $$\boldsymbol{F_{k,Torsion} = T_{k,\,Supp} - T_{k+1,\,Supp}}$$

Ex: pour A_1, les 03 niveaux

$$\left\{\begin{array}{l} \boldsymbol{F^{A_1}_{3,Torsion} = T_{3,\,Supp} - 0 = 7,190\ KN} \\ \boldsymbol{F^{A_1}_{2,Torsion} = T_{2,\,Supp} - T_{3,\,Supp} = 13,887 - 7,190 = 6,697\ KN} \\ \boldsymbol{F^{A_1}_{1,Torsion} = T_{1,\,Supp} - T_{2,\,Supp} = 17,018 - 13,887 = 3,131 KN} \end{array}\right.$$

Force sismique totale

La force sismique totale (Translation + Rotation)

$$F_{k,\,Totale} = F_{k,Trans} + F_{k,Torsion} \quad \text{Si} \quad F_{k,Torsion} > 0$$

$$F_{k,\,Totale} = F_{k,Trans} \quad \text{Si} \quad F_{k,Torsion} < 0$$

Avec :

Ex: pour A_1, les 03 niveaux

$$\begin{cases} F^{A_1}_{3,Torsion} = T_{3,\,Supp} - 0 = 7,190\ KN \\ F^{A_1}_{2,Torsion} = T_{2,\,Supp} - T_{3,\,Supp} = 13,887 - 7,190 = 6,697\ KN \\ F^{A_1}_{1,Torsion} = T_{1,\,Supp} - T_{2,\,Supp} = 17,018 - 13,887 = 3,131KN \end{cases}$$

Et comme

Ex: pour A_1, les 03 niveaux

$$\begin{cases} F^{A_1}_{3\ Trans} = 14,99237\ KN \Rightarrow F^{A_1}_{3,Total} = 14,99237 + 7,190 = 22,18237\ KN \\ F^{A_1}_{2,\ Trans} = 14,98549\ KN \Rightarrow F^{A_1}_{2,Total} = 14,98549 + 6,697 = 21,68252\ KN \\ F^{A_1}_{1,Trans} = 6,14658\ KN \Rightarrow F^{A_1}_{1,Total} = 6,14658 + 3,131 = 9,27728\ KN \end{cases}$$

Tableau récapitulatif global ?

Tableau récapitulatif global ?

Niveau 3

Niv	Portique	Rotation $\varphi_{t,k}$ (rd)	R_k (KN/m)	d_j	$T_{k,\ torsion}$ (KN)	$F_{k,\ torsion}$ (KN)	$F_{k,\ trans}$ (KN)	$F_{k,\ final}$ (KN)
3	A1	$8{,}255\ 10^{-5}$	11444,56	7,6105	7,190	7,190	14,99237	**22,18237**
	A2		11444,56	4,6105	4,356	4,356	14,99237	**19,34812**
	B1		33552,18	1,6105	4,461	4,461	43,95335	**48,41397**
	B2		33552,18	-1,3895	-3,849	-3,849	43,95335	**43,95335**
	B3		33552,18	-4,3895	-12,158	-12,158	43,95335	**43,95335**
	C1		36172,88	-6,0	-17,916	-17,916	52,81240	**52,81240**
	C2		36172,88	0,0	0,0	0,0	52,81240	**52,81240**
	C3		36172,88	6,0	17,916	17,916	52,81240	**70,72883**

Vérification

$$T_{A1} + T_{A2} + T_{B1} + T_{B2} + T_{B3} = 7,190 + 4,356 + 4,461 - 3,849 - 12,158 = 0$$

$$T_{C1} + T_{C2} + T_{C3} = -17,916 + 0 + 17,916 = 0$$

Tableau récapitulatif global ?

Niveau 2

Niv	Portique	Rotation $\varphi_{t,k}$ (rd)	R_k (KN/m)	d_j	$T_{k,\ torsion}$ (KN)	$F_{k,\ torsion}$ (KN)	$F_{k,\ trans}$ (KN)	$F_{k,\ final}$ (KN)
2	A1	$15{,}034\ 10^{-5}$	12136,79	7,6108	13,887	6,697	14,98549	**21,68252**
	A2		12136,79	4,6108	8,413	4,057	14,98549	**19,04283**
	B1		35591,61	1,6108	8,619	4,159	43,95794	**48,11649**
	B2		35591,61	-1,3892	-7,433	-3,585	43,95794	**44,90025**
	B3		35591,61	-4,3892	-23,486	-11,328	43,95794	**44,90025**
	C1		40624,92	-6,0	-36,645	-18,729	52,81240	**52,81240**
	C2		40624,92	0,0	0,0	0,0	52,81240	**52,81240**
	C3		40624,92	6	36,645	18,729	52,81240	**71,54128**

Tableau récapitulatif global ?

Niveau 1

Niv	Portique	Rotation $\varphi_{t,k}$ (rd)	R_k (KN/m)	d_j	$T_{k, torsion}$ (KN)	$F_{k, torsion}$ (KN)	$F_{k, trans}$ (KN)	$F_{k, final}$ (KN)
1	A1	13,713 10^{-5}	16199,30	7,6608	17,018	3,131	6,14658	**9,27728**
	A2		16199,30	4,6608	10,353	1,940	6,14658	**8,08699**
	B1		49680,58	1,6608	11,314	2,695	22,87642	**25,57161**
	B2		49680,58	-1,3392	-9,124	-1,690	22,87642	**21,54976**
	B3		49680,58	-4,3392	-29,562	-6,076	22,87642	**21,54976**
	C1		57908,33	-6,0	-47,646	-11,001	26,40620	**26,40620**
	C2		57908,33	0,0	0,0	0,0	26,40620	**26,40620**
	C3		57908,33	6,0	47,646	11,001	26,40620	**37,40671**

En conclusion

Les portiques seront étudiés selon les combinaisons

Sollicitations du 1er genre

1,35 G + 1.5 Q

Etat limite de service

G + Q

Sollicitations du 2ème genre

G + Q + E

G + Q – E

0,8 G + E

0,8 G - E

Pour les poteaux

G + Q + 1,2 E

G + Q - 1,2 E

$E = F_{k,\ final}$

Merci. Fin de l'Application 16