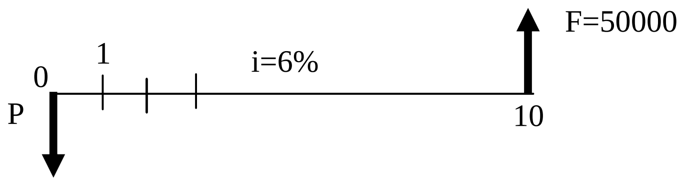
SOLUTION TRAVAIL N 01.

01 12 2009

Exercice 1. Les coûts fixes des deux procédés peuvent être supposés constants sous des conditions normales de fonctionnement. Cependant, ajouter la production au procédé qui minimise le coût variable par unité. Notons que (coût variable)$_B$ < (coût variable)$_A$, donc on peut augmenter autant d'unités qu'on peut dans le procédé B.

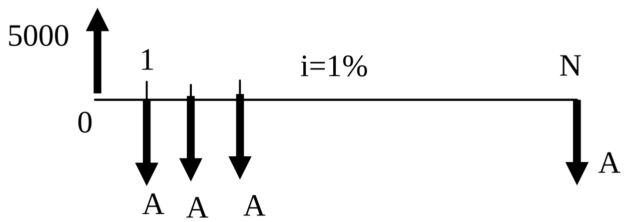
Unité produite	Procédé à utiliser	Coût variable/Unité
1 – 5000	B	$9
5000 – 10000	B	$8
10001 – 14000	A	$10
14001 - 20000	A	$17

Exercice 2.



P = F(P/F,i,N) = 50000(P/f,6%,10) = 50000 (0.5584) = $27920

Exercice 3.

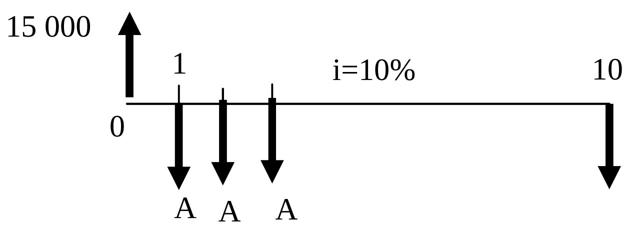


A = P(A/P,i,N)
$225 = $5000 (A/P,1%,N) après résolution pour N, le plus proche entier est N=25 mois.

Exercice 4.

a) Mensuellement $i=[1+(0.15/12)]^{12}-1 = 0.1608 = 16.08\%$
b) Trimestriellement $i=[1+(0.15/4)]^{4}-1 = 0.1587 = 15.87\%$
c) Semestriellement $i=[1+(0.15/2)]^{2}-1 = 0.1556 = 15.56\%$
d) Continue $i=e^{0.15}-1= 0.1618 = 16.18\%$

Exercice 5.



Versement annuel sera :

$A = P(A/P,i,N) = 15000\ (A/P,10\%,10) = 15000(0.1627) = \$2440,50$ par an.

Immédiatement après le 4eme versement, le principal que vous devez payer est:

$P = A(P/A,i,6) = 2440,50(P/A,10\%,6) = 2440,50\ (4.3553) = \$10\ 629,11$.

L'intérêt au début de l'année 5 est 0.10 (\$10 629,11) = \$1062,91.

D'où le principal a payer dans le 5eme payement sera \$2440,50 - \$1062,91 = **\$1377,59**

Exercice 6.

a) $A = P\ (A/P,i,N) = 1000\ (P/A,1\%,30) = 1000\ (0.0387) =$ **\$38,70/mois**

b) Montant du au temps 0 = \$1000

A la fin du 5eme mois (le premier payement se fait un mois après) le montant est :

$F = 1000\ (F/P,1\%,5) = \$1051,00$ (il deviendra P a partir de 5 mois)

Mensuellement, le montant sera donc :

$A = P\ (A/P,1\%,30) = 1051\ (P/A,1\%,30) =$ **\$40,67/mois**

Exercice 7. Considérer le cash-flow suivant :

$P_0 = -25000 + 8000(P/A,10\%,4) + 11000(P/A,10\%,4)(P/F,10\%,4)$

$P_0 = \$24174,60$

Alors, $F_5 = P_0\ (F/P,10\%,5) = 24174,60\ (F/P,10\%,5) =$ **\$38933,19**

Exercice #8.

1. **i=16% trimestriel, et payement mensuel**

Le taux d'intérêt effectif dans ce cas sera :

$$i = \left(1 + \frac{r}{C\,K}\right)^{C} - 1$$

Avec:

r : Taux d'intérêt.

K: Nombre de périodes de payement par an. Le payement est mensuel.

C: Nombre de périodes d'intérêt par payement. Intérêt trimestriel (Période d'intérêt supérieure à la période de payement).

Dans notre cas:

r= 16% ; K=12 ;C=1/3

On peut vérifier que: M=C x K = 12 x 1/3 = 4

Avec ces valeurs, le taux d'intérêt effectif par période mensuelle sera:

$$i = \left(1 + \frac{0.16}{\frac{1}{3}12}\right)^{\frac{1}{3}} - 1$$

<u>i= 1.316% par mois</u>

<u>2. Période de payement trimestrielle.</u>

Le payement est trimestriel, donc M = 4

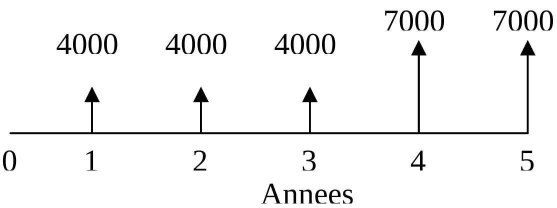
Alors

i = r/M = 0.16/4 **<u>i= 4% par trimestre</u>**.

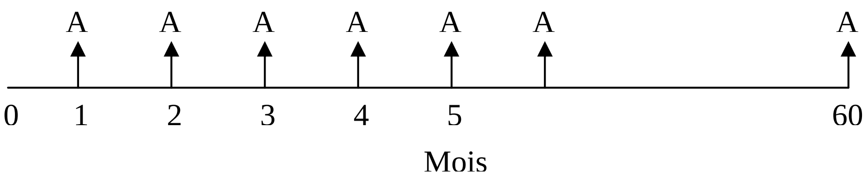
<u>Exercice #9.</u>

i= 12% par an, considéré mensuellement.

<u>Proposition du conseiller.</u>

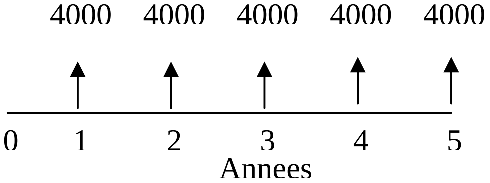


<u>La mienne</u>



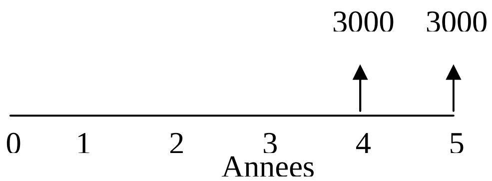
Supposons que le cash-flow du conseiller est la superposition de 02 cash-flows:

(a)



+

(b)



Première méthode: En utilisant la valeur future.

$$F = F(a) + F(b).$$

$$F = A(F/A,i,N_a) + A(F/A,i,N_b)$$

Avec: $N_a = 5$ et $N_b = 2$

"i" est considéré mensuellement et les versements sont annuels. On doit donc utiliser le taux annuel effectif:

$$i_a = \left(1 + \frac{r}{M}\right)^M - 1 = \left(1 + \frac{0.12}{12}\right)^{12} - 1$$

i= 12.68%

On aura donc:

$$F = A_a \frac{(1+i)^{N_a} - 1}{i} + A_b \frac{(1+i)^{N_b} - 1}{i}$$

F = \$25,756.94 + \$6,380.40 **F=\$32,137.34**

Parce qu'il faut qu'elle soit la même quantité à la fin de l'année 5 pour ma proposition, il faut que :

$$A = F \frac{i}{(1+i)^N - 1}$$

Or maintenant, le versement est mensuel et l'intérêt est considéré mensuel, on doit donc utiliser le taux nominal par mois:

i= r/M

r=12%, M=12 alors i=1% et N=5x12 = 60 mois

Donc: $A = 32{,}137.34 \dfrac{0.01}{(1+0.01)^{60} - 1}$ **A=\$393.50 /mois**

Deuxième méthode: En utilisant la valeur présente.

La valeur présente sera:

$$P = P_a + P_b$$

Avec:

P_a = A(P/A,i,N)

$$P_a = A\frac{(1+i)^N - 1}{i(1+i)^N} = 4000\frac{(1+0.1268)^5 - 1}{0.1268(1+0.1268)^5}$$

P_a = \$14,179.47

Pour le second cash-flow on peut calculer P à l'année 3 et nous le ramenons ensuite à l'année 0.

P_b = A(P/A,i,2)(P/F,i,3)

$$P_b = 3000\frac{(1+0.1268)^2 - 1}{0.1268(1+0.1268)^2}\, x \frac{1}{(1+0.1268)^3}$$

P_b = \$3512.478

La valeur présente totale sera:

P = P_a + P_b = 14,179.47 + 3512.478

P = \$17,691.948

On peut vérifier la valeur future trouvée dans la première méthode à partir de la valeur présente.

On a :

F = P(F/P,i,5) = P(1+i)^5 = 17,691.948(1+0.1268)^5 = \$32,137.34 (Même valeur)

Avec la valeur de P, on peut calculer maintenant le versement mensuel uniforme A:

A=P(A/P,i,N)

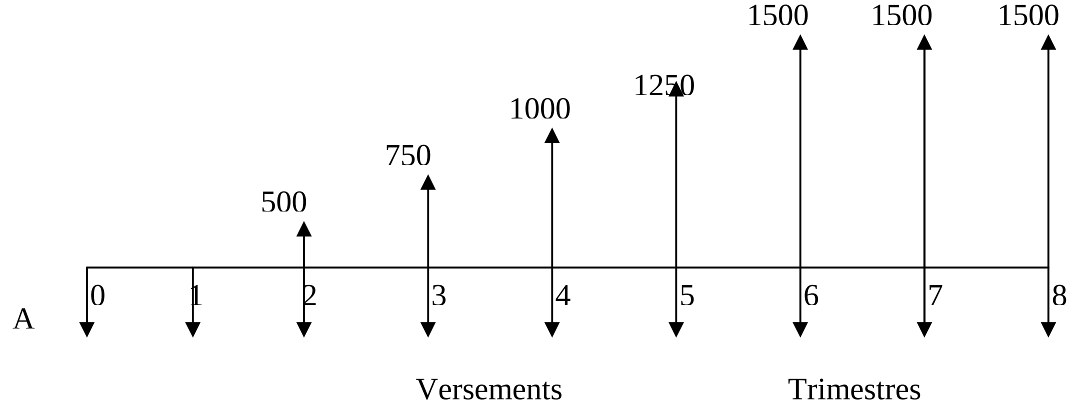
$$A = P\frac{i(1+i)^N}{(1+i)^N - 1} = 17,691.948\frac{0.01(1+0.01)^{60}}{(1+0.01)^{60} - 1}$$

A=\$393.54/par mois (même valeur)

Exercice #10.

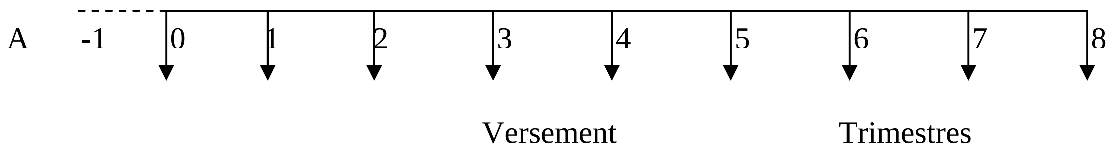
i= 8% par an, considéré trimestriellement.

Alors la valeur nominale sera i=0.08/4 = 0.02 (2%) par trimestre.



Première méthode: En utilisant la valeur présente.

Parce que les versements commencent au temps 0, on peut ajouter une période avant le temps 0 pour pouvoir appliquer la formule :

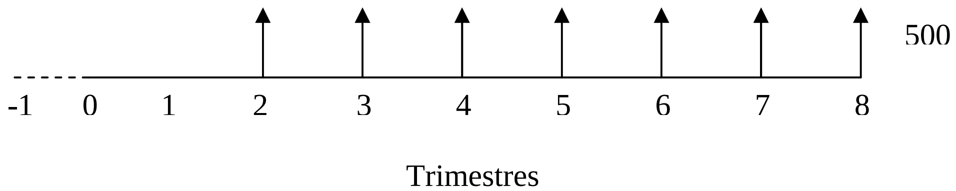


$P_{-1} = A(P/A,i,9)$

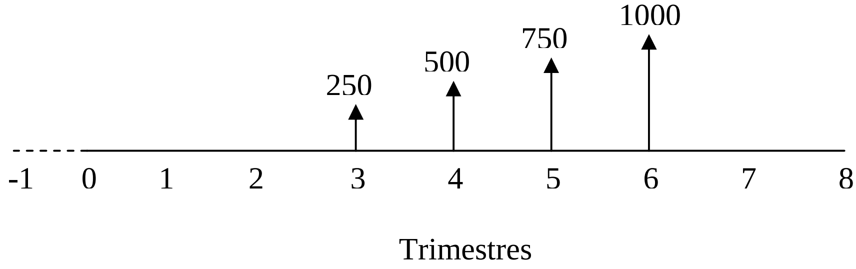
Considérons d'abord la valeur présente du cash-flow des retraits.

C'est la superposition de 03 cash-flows.

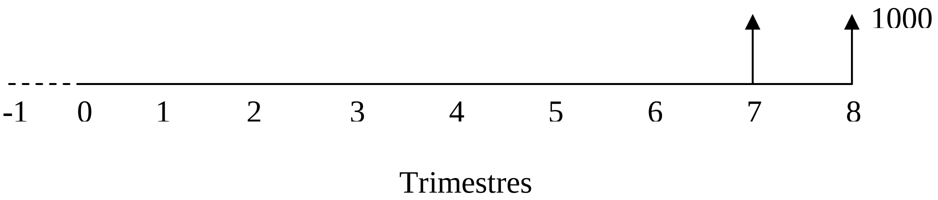
(a)



(b)



(c)



Alors:

$$P_{-1} = P_{-1a} + P_{-1b} + P_{-1c}$$

<u>Premier cash-flow</u>

$$P_{-1a} = A(P/A,i,7)(P/F,i,2) = 500(P/A,2,7)(P/F,2,2)$$

$$P_{-1a} = 500(6.472)(0.9612)$$

$$P_{-1a} = \$3110.45$$

<u>Deuxième cash-flow</u>

$$P_{-1b} = G(P/G,i,5)(P/F,i,2) = 250(P/G,2,5)(P/F,2,2)$$

$$P_{-1b} = 250(9.2403)(0.9612)$$

$$P_{-1b} = \$2220.45$$

<u>Troisième cash-flow</u>

$$P_{-1c} = A(P/A,i,2)(P/F,i,7) = 1000(P/A,2,2)(P/F,2,7)$$

$$P_{-1c} = 1000(1.9416)(0.8706)$$

$$P_{-1c} = \$1690.35$$

La valeur présente totale sera:

$$P_{-1} = 3110.45+2220.45+1690.35$$

$$\underline{\mathbf{P_{-1} = \$7,021.25}}$$

Mais

$$P_{-1} = A(P/A,2,9)$$

Alors

$$A=P_{-1}/(P/A,2,9) = 7021.25/8.1622$$

$$\underline{\mathbf{A=\$860.21}}$$

Deuxième méthode: En utilisant la valeur future.

Pour les 03 cash-flows, on peut écrire:

$$F = F_a + F_b + F_c$$

Premier cash-flow.

$$F_a = A(F/A,2,7) = 500(7.4343)$$

$$F_a = \$3,717.15$$

Deuxième cash-flow.

A l’année 6, la valeur future sera:

$$F_{6b} = G(F/G,I,N) = G(P/G,i,N)(F/P,i,N) = G(P/G,2,5)(F/P,2,5)$$

Mais à l’année 8, on doit avoir:

$$F_b = F_{6b}\ (F/P,i,2) = G(P/G,2,5)(F/P,2,5)(F/P,2,2)$$

$$F_b = 250(9.2403)(1.1041)(1.0404)$$

$$F_b = \$2,653.60$$

Troisième cash-flow.

$$F_c = A(F/A,2,2) = 1000(2.02)$$

$$F_c = \$2,020$$

La valeur future totale sera:

$$F = F_a + F_b + F_c = 3717.15 + 2653.60 + 2020$$

$$\underline{\mathbf{F = \$8,390.75}}$$

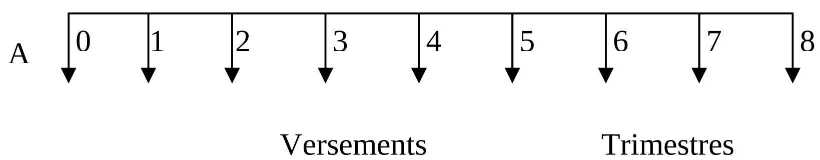
Cette valeur future, si on a des versements trimestriels égaux, doit être égale à :

$$A = F(A/F,2,9) = 8390.75(0.1025)$$

$\underline{\mathbf{A = \$860.05}}$ (Même valeur).

Autre méthode:

On peut commencer au temps zéro, mais le premier A sera considéré comme valeur présente. On a donc (si on utilise la valeur présente par exemple)

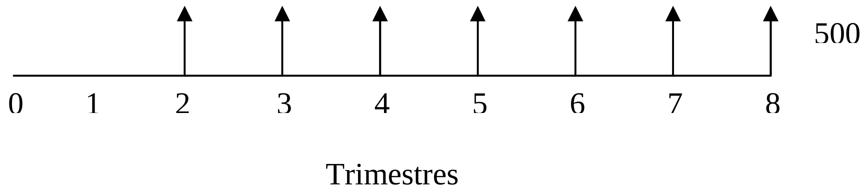


$$P_0 = A + A(P/A,i,8)$$

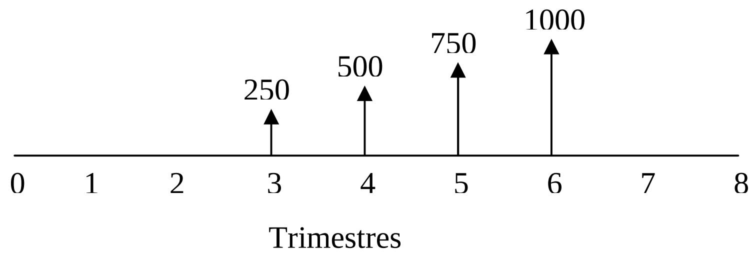
Considérons d’abord la valeur présente du cash-flow des retraits (correspondent au temps zéro)

Ca sera la superposition des 03 cash-flows:

(a)



(b)



(c)

Alors:

$$P_0 = P_{0a} + P_{0b} + P_{0c}$$

<u>Premier cash-flow</u>

$$P_{0a} = A(P/A,i,7)(P/F,i,1) = 500(P/A,2,7)(P/F,2,1)$$

$$P_{0a} = 500(6.472)(0.9804)$$

$$P_{0a} = \$3172.58$$

<u>Deuxième cash-flow</u>

$$P_{0b} = G(P/G,i,5)(P/F,i,1) = 250(P/G,2,5)(P/F,2,1)$$

$$P_{0b} = 250(9.2403)(0.9804)$$

$$P_{0b} = \$2264.79$$

<u>Troisième cash-flow</u>

$$P_{0c} = A(P/A,i,2)(P/F,i,6) = 1000(P/A,2,2)(P/F,2,6)$$

$$P_{0c} = 1000(1.9416)(0.888)$$

$$P_{0c} = \$1724.14$$

La valeur totale sera:

$$P_0 = 3172.58+2264.79+1724.14$$

$$\underline{\mathbf{P_0 = \$7,161.51}}$$

Mais

$$P_0 = A + A(P/A,2,8) = A(1+(P/A,2,8))$$

Alors

$$A=P_0/(1+(P/A,2,9)) = 7161.51/(1+7.3255)$$

A=$860.19 (Même valeur)

Autre méthode:

On peut commencer au temps zéro, mais le premier A sera considéré comme valeur présente. On a donc (si on utilise la valeur future maintenant)

$$F = F_a + F_b + F_c$$

Premier cash-flow.

$$F_a = A(F/A,2,7) = 500(7.4343)$$

$$F_a = \$3,717.15$$

Deuxième cash-flow.

A l'année 6, la valeur future sera:

$$F_{6b} = G(F/G,I,N) = G(P/G,i,N)(F/P,i,N) = G(P/G,2,5)(F/P,2,5)$$

Mais à l'année 8, on doit avoir:

$$F_b = F_{6b}\ (F/P,i,2) = G(P/G,2,5)(F/P,2,5)(F/P,2,2)$$

$$F_b = 250(9.2403)(1.1041)(1.0404)$$

$$F_b = \$2,653.60$$

Troisième cash-flow.

$$F_c = A(F/A,2,2) = 1000(2.02)$$

$$F_c = \$2,020$$

Alors la valeur future totale sera:

$$F = F_a + F_b + F_c = 3717.15 + 2653.60 + 2020$$

F = $8,390.75

Cette valeur future doit être égale à : (Versements trimestriels égaux)

$$F = A(F/P,2,8) + A(F/A,2,8)= A((F/P,2,8) + (F/A,2,8))$$

$F = A(1.1717 + 8.583)$ Alors $A= F/9.7547$

A = $860.18 (Même valeur).

Exercice #11.

i= 10% par an.

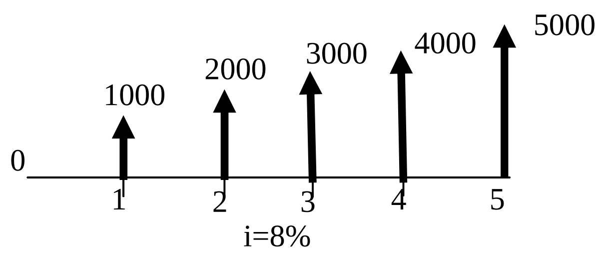
Année	Cash-flow	Coûts des fonds	CF Cumulé
0	-$10,000	0	$-10,000
1	-$2,000	-$1,000	$-13,000
2	$3,000	-$1,300	$-11,300
3	$4,000	$-1,130	$-8,430
4	$5,000	$-843	**$-4,273**
5	$6,000	$-427.30	**$1,299.70**
6	$7,000	129.97	$8,429.67

La période de remboursement est entre 04 et 05 ans. Par interpolation, on trouve une période de remboursement de : **4.77 ans.**

Si la période de remboursement de l'entreprise est de 04 ans, le critère n'est pas vérifié on arrêtera donc d'investir dans ce projet. (en se basant uniquement sur cette analyse).

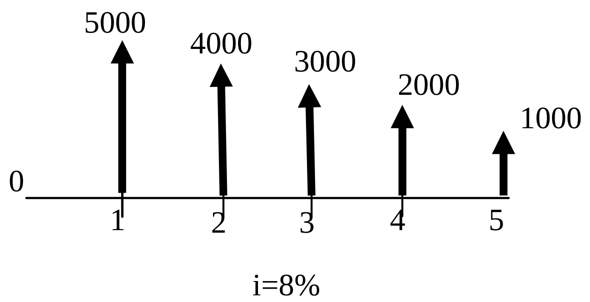
Exercice 12.

Opportunité A



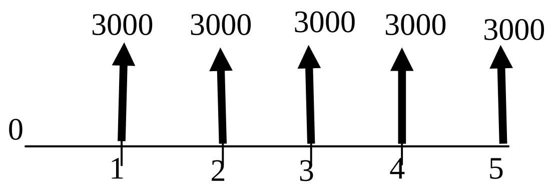
$PW_A(8\%) = A(P/A,i,N) + G(P/G,I,N) = 1000(P/A,8,5) + 1000(P/G,8,5) = \$11365$

Opportunité B



$PW_B\ (8\%) = A(P/A,i,N) + G(P/G,I,N) = 5000(P/A,8,5) - 1000(P/G,8,5) = \$12591$

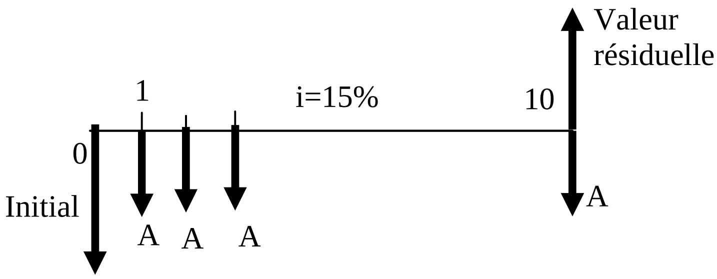
Opportunité C



PW_C (8%) = A(P/A,i,N) = 3000(P/A,8,5) = $11978

Si ces opportunités sont indépendantes, les 03 sont acceptables. Si elles sont mutuellement exclusives, il faut choisir **l'opportunité B**.

Exercice 13.



PW_A (15%) = -1150000 – 425000(P/A,15,10) + 750000(P/F,15,10) = - 3 097 588
PW_B (15%) = - 3 072 119
PW_A (15%) = - 3 163 875
Puisqu'il s'agit uniquement de dépenses, il faut choisir la plus petite valeur de PW. Soit **l'alternative B.**

<u>Exercice 14.</u>

<u>Méthode IRR.</u>

PW_A (i%) = -8000 + 2000(P/A,i%,5) – 1000(P/F,i%,5) = 0   Soit i% = 4.4%
PW_B (i%) = -10000 + 3000(P/A,i%,5) + 2000(P/F,i%,5) = 0   Soit i% = 19%
PW_C (i%) = -12000 + 3200(P/A,i%,5) + 1000(P/F,i%,5) = 0   Soit i% = 12.3%

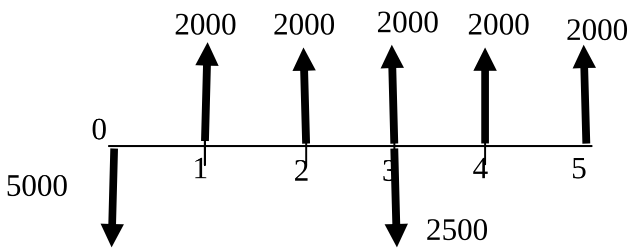
Comme MARR=15%, il faut choisir l'alternative B.

<u>Méthode ERR.</u>

FW_A (i%) = 8000(F/P,i%,5) - 2000(F/A,15%,5) + 1000 = 0   Soit i% = 9.3%
FW_B (i%) = 10000(F/P,i%,5) - 3000(F/A,15%,5) - 2000 = 0   Soit i% = 17.3%
FW_C (i%) = 12000(F/P,i%,5) - 3200(F/A,15%,5) - 1000 = 0   Soit i% = 13.5%

Comme MARR=15%, il faut choisir l'alternative B.

<u>Exercice 15.</u>



PW (i%) = -5000 + 2000(P/A,i%,5) – 2500(P/F,i%,3) = 0   Soit i% = 15.5%
Comme MARR=15%, il faut acheter la machine.