Systems Engineering

Abdellatif MEGNOUNIF

Chap. 8

Modèles pour l’évaluation économique

COURS 8 **Mercredi 16.05.2012**

Introduction

- En engineering des systèmes, les considérations **économiques** sont très importantes.
- S'il s'agit de systèmes **existants**, le côté économique constitue surtout une base pour l'analyse de la **phase opérationnelle du système et de son retrait**.
- Beaucoup de systèmes sont conçus de façon excellente mais aucune considération économique.
- Il faut donc obligatoirement faire une analyse de **faisabilité économique**.
- Les différentes **alternatives** choisies peuvent être décrites en termes de coûts et de bénéfices dans le temps, ce qui constitue une bonne base pour la **comparaison** et pour la **prise de décision**

1. Notions d'intérêt

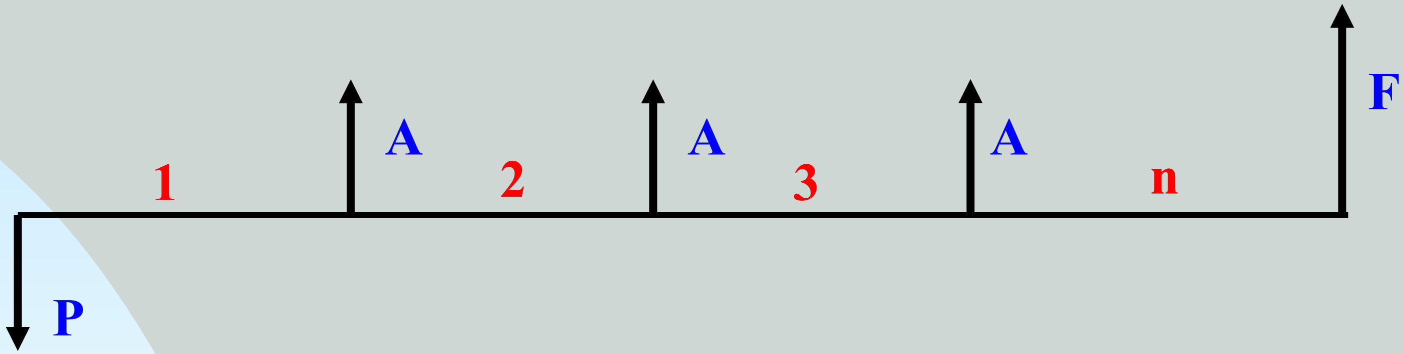
- Dans la plupart des situations de décision liées à l'argent, la valeur de l'argent dans le temps devient très importante.
- Un dollar gagné aujourd'hui ne vaut pas le même dollar à recevoir demain.
- Un prêteur considère l'intérêt comme un gain alors que celui qui emprunte considère l'intérêt comme coût ou bien charge.
- Le taux d'intérêt est la rapport entre l'argent empruntée et les honoraires chargés du à son utilisation sur une période de temps, généralement l'année.
- Il est exprimé en général en pourcentage.

- **Exemple, si 100$ est payée pour l'utilisation de 1000$ sur une année, le taux d'intérêt est de 10%.**

- **En intérêt composé, l'intérêt gagné à la fin de la période d'intérêt est soit payé à ce temps ou bien gagné de l'intérêt sur lui-même (l'intérêt de l'intérêt).**

- **C'est ce qui est généralement utilisé pour l'évaluation économique des alternatives.**

Exemple de diagramme cash-flow



- Cette représentation schématique constitue la base pour déterminer les facteurs d'intérêt et peut être appliquée à n'importe quelle phase du cycle de vie d'un système pour l'analyse du coût de cycle de vie ou bien des revenus.

i : taux d'intérêt annuel nominal

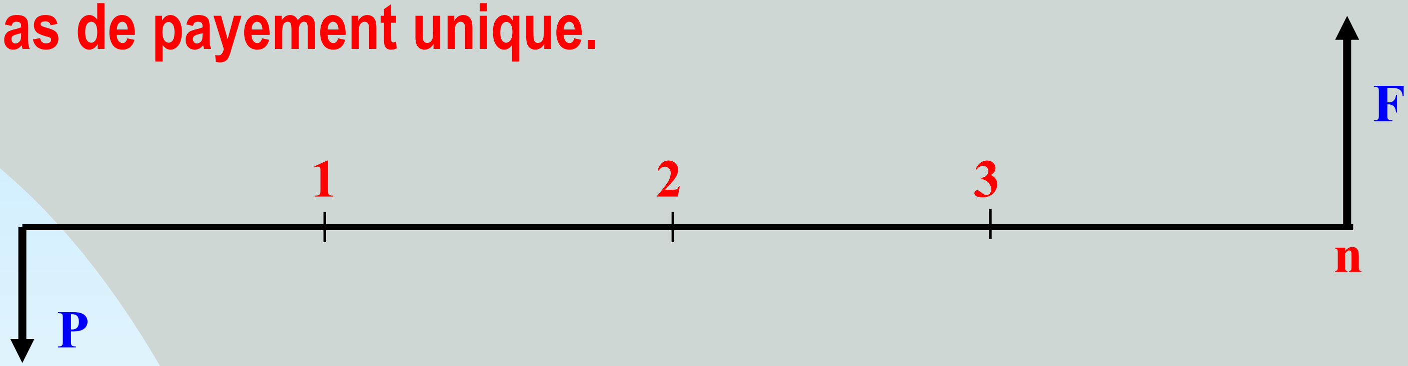
n : nombre de périodes d'intérêt, en général annuel

P : Montant principal au temps supposé le présent.

A : Montant annuel en une série de n montants égaux à la fin de chaque période d'intérêt.

F : Montant futur, après n périodes d'intérêt, égal au montant P composé ou bien la somme des A composés au taux d'intérêt « i ».

1. Cas de payement unique.



❖ En intérêt composé, l'intérêt gagné pendant chaque période d'intérêt est ajouté au principal au début de la période d'intérêt suivante

Année	Montant au début de l'année	Intérêt gagné pendant l'année	Montant composé à la fin de l'année
1	P	P.i	P+P.i = P(1+i)
2	P(1+i)	P(1+i) i	$P(1+i)+P(1+i)i=P(1+i)^2$
3	$P(1+i)^2$	$P(1+i)^2$ i	$P(1+i)^2 + P(1+i)^2 i = P(1+i)^3$
n	$P(1+i)^{n-1}$	$P(1+i)^{n-1}$ i	$P(1+i)^n$

- Le facteur $(1+i)^n$ est connu sous le nom de facteur de montant composé pour le **payement unique**. Il est noté **(F/P,i,n)**
- Ainsi:

$$F = P\,(1+i)^n = P\,(F/P,i,n)$$

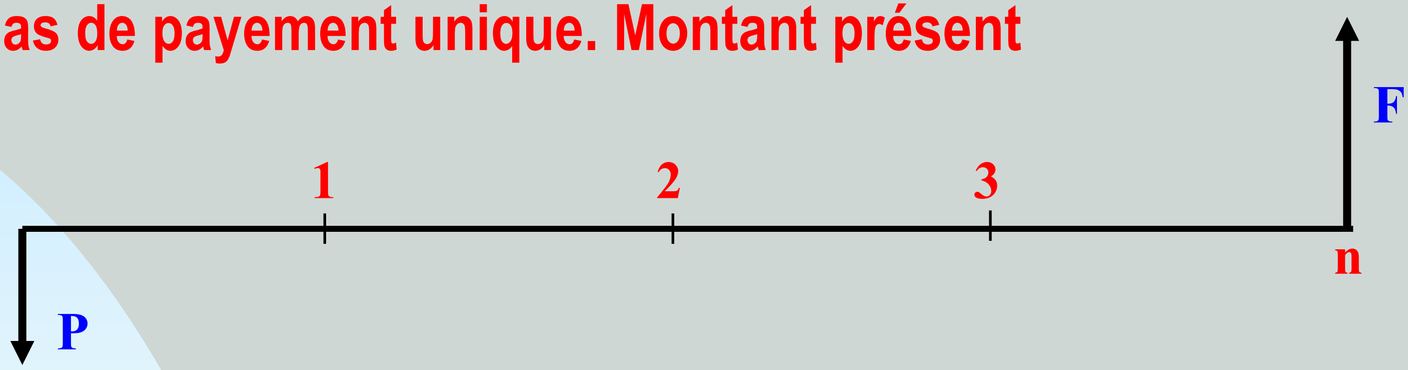
- **Exemple.** Déterminer le montant composé de 1000$ dans 06 ans à 10% d'intérêt composé.

$$F = 1000(1+0.1)^6$$

$$= 1000\,(1.772) = 1772\ \$$$

(F/P,10,6) = 1.772 **(Tableau)**

2. Cas de payement unique. Montant présent



- On peut exprimer P en fonction de F.

$$P = F / (1+i)^n = F\ (P/F,i,n)$$

Où $(P/F,i,n) = 1 / (1+i)^n$

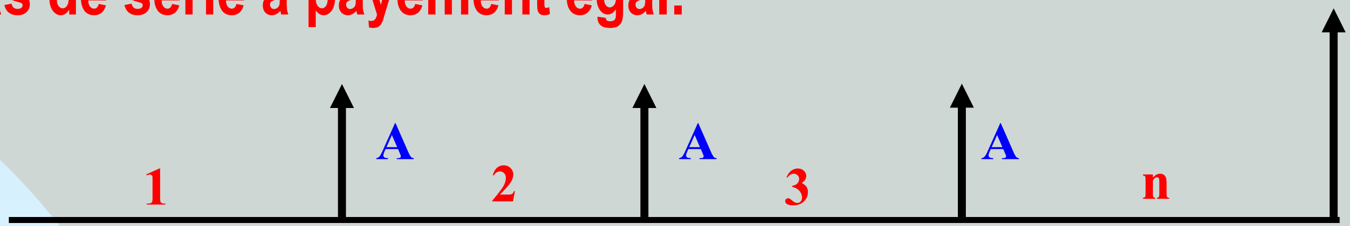
- Exemple. Supposons qu'on veut avoir 1000 \$ en 04 ans avec un taux de 8%. Déterminer P.

$$P = 1000 / (1+0.08)^4 = 1000\ (0.7350)$$

$$P = 735\ \$$$

Avec: $(P/F,8,4) = 0.735$

3. Cas de série à payement égal.



- Dans certaines situations, des séries de revenus ou de coûts se produisent de façon uniforme à la fin de chaque année. La somme des montants composés de cette série peut être déterminée comme suit:

$$F = A(1) + A(1+i) + A(1+i)^2 + \ldots + A(1+i)^{n-2} + A(1+i)^{n-1}$$

- En multipliant par (1+i) de part et d'autre, on aura:

$$F(1+i) = A[\,(1+i) + (1+i)^2 + (1+i)^3 + \ldots + (1+i)^n]$$

- La différence des 02 égalités nous donne:

$$F(1+i) - F = F.i = [A(1+i)^n - 1]$$

$$F = A.\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]$$

- Le facteur $[(1+i)^n-1]/i$ est appelé facteur du montant composé à payement égal, noté **(F/A,i,n)**.

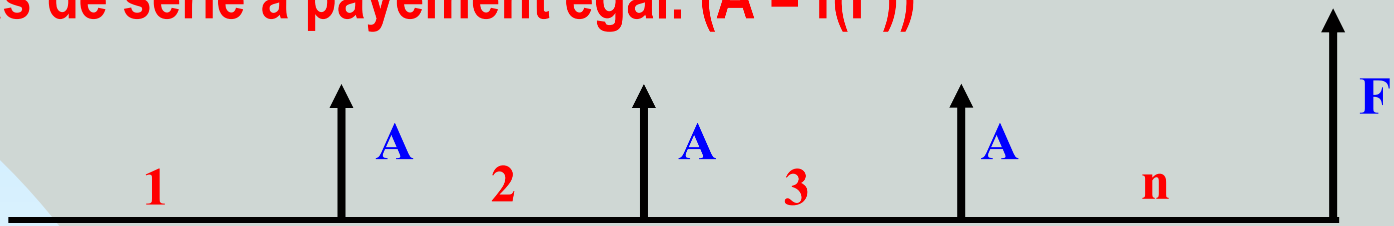
$$F = A\ (F/A,i,n)$$

- **Exemple.** Un montant de 500$ est investi à la fin de chaque année pour 04 ans à 9%, déterminer F à la fin des 04 années.

$$F = 500\ (4.5730) = 2286.5\ \$$$

$$(F/A,9,4) = 4.5730$$

4. Cas de série à payement égal. (A = f(F))



$$A = F\left[\frac{i}{(1+i)^n - 1}\right]$$

- Le facteur $i/[(1+i)^n-1]$ = **(A/F,i,n).**

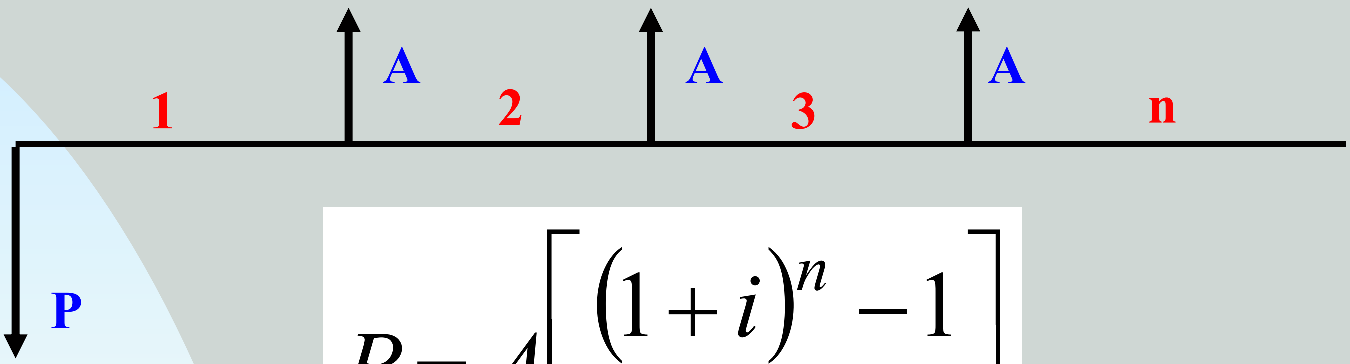
A= F (A/F,i,n)

- **Exemple.** On veut déposer à la fin de chaque année le même montant pendant 10 ans pour avoir à la fin un montant total de 5000$. Combien faut-il déposer chaque année pour un taux de 8%?

A = 5000 (0.069) = **345 $**

(A/F,8,10) = 0.069

5. Cas de série à payement égal, en fonction de la valeur présente P



$$P = A\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i.(1+i)^n}\right]$$

- Le facteur $[(1+i)^n-1]/(1+i)^n$ = **(P/A,i,n).**

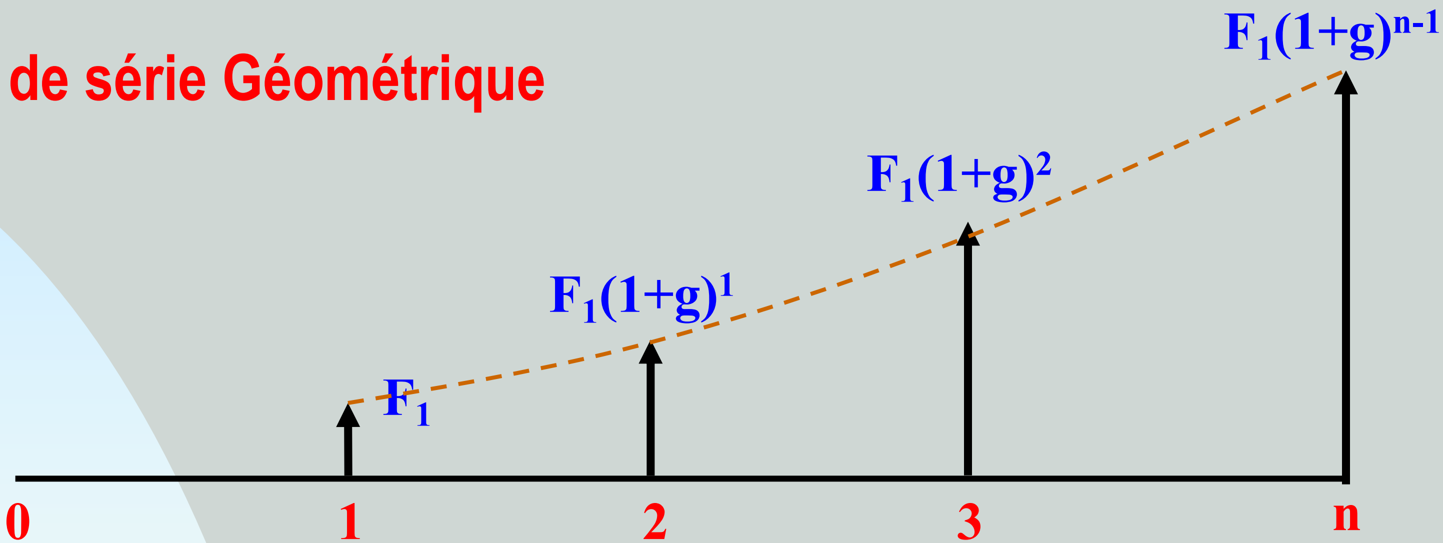
P= A (P/A,i,n)

- **Exemple.** Dans une opération économique on économise 4000$ par an durant les 10 prochaines années. Si i=15%, quel est la valeur du principal?

P = 4000 (5.0188) = **20 075.20 $**

(P/A,15,10) = 5.0188

6. Cas de série Géométrique



$$P = \frac{F_1}{1+g}\left[\frac{(1+g')^n - 1}{g'(1+g')^n}\right] = \frac{F_1}{1+g}.(P/A, g', n)$$

❖ **Avec:**

$$g' = \frac{1+i}{1+g} - 1$$

- **Le facteur de gradient géométrique peut aussi être utilisé pour des évaluation décroissante. Dans ce cas « g » est négative qui va donner « g' » positive pour toute valeur positive de « i ».**

- **Exemple. Supposons qu'un revenu de 250000$ pendant la 1ère année décroît de 10% par an. Déterminer la valeur présente si i=17% et une période de 08 ans.**

$$g' = [(1+0.17)/(1-0.1)] - 1 = 0.30 = 30\%$$

$$P = 250000\ (2.9247) / (1-0.1) = \mathbf{812\ 417\ \$}$$

$$(P/A,30,8) = 2.9247$$

2. Équivalence Économique

- **Si 02 ou plusieurs situations sont à comparer, leurs caractéristiques doivent être placées dans une même base économique.**
- **2 situations sont équivalentes, si elles ont le même effet.**
- **02 valeurs monétaires sont équivalentes quand elles ont la même valeur d'échange.**
- **03 facteurs existent dans l'équivalence des sommes d'argent.**
  1. **Les montants des sommes**
  2. **Le temps où on a les sommes**
  3. **Le taux d'intérêt.**

1. Formules d'équivalence basées sur l'intérêt

- Ce sont les différentes relations qu'on a déjà dériver.

$$P = f(F)$$

$$F = f(P)$$

$$P = f(A)$$

$$A = f(F)$$

$$F = f(A)$$

$$A = f(F)$$

2. Diagrammes de fonction d'équivalence

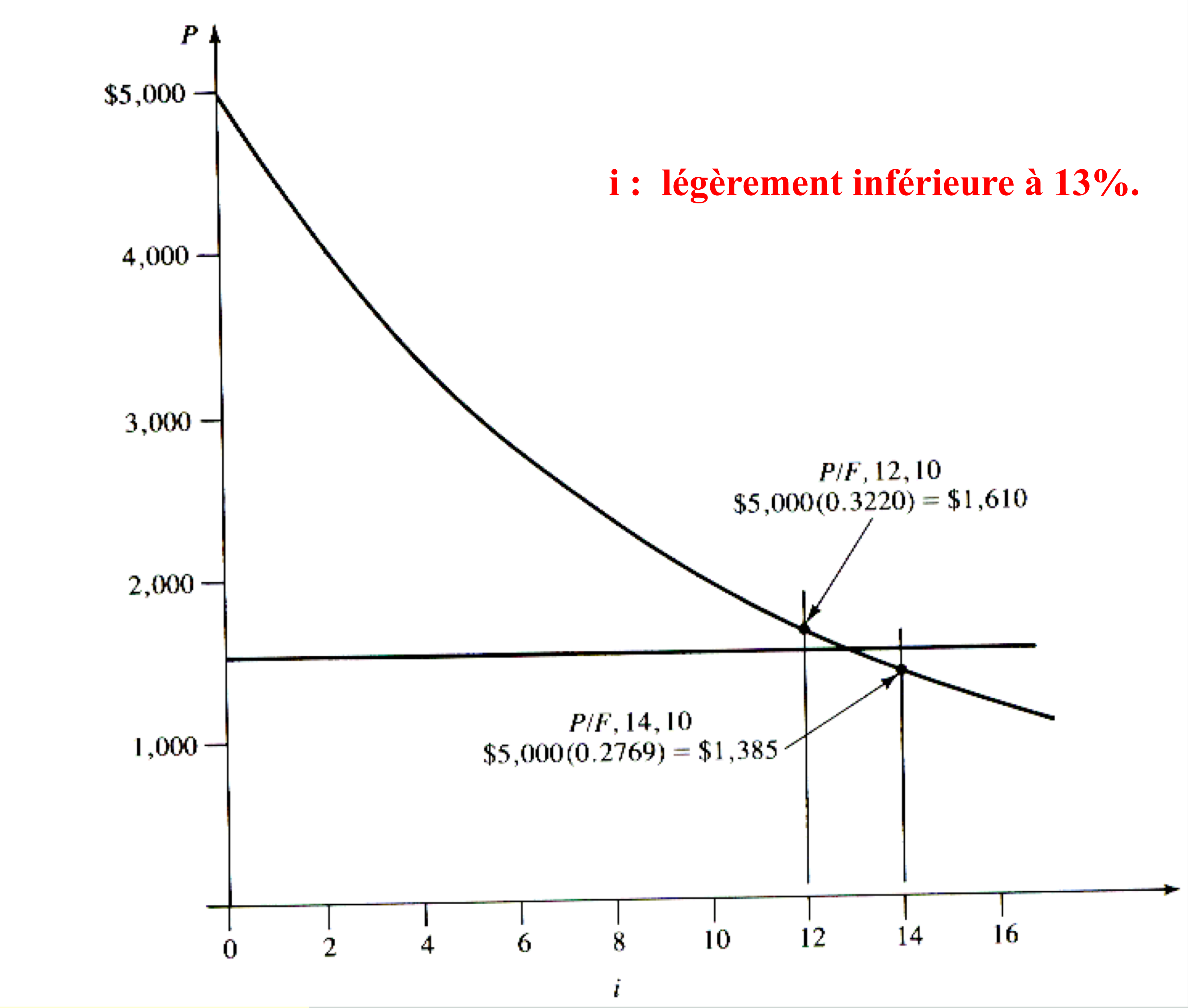
- **Une technique pratique pour déterminer l'équivalence est de représenter la variation de « P » en fonction de « i ».**

Exemple: Quelle valeur de « i » permet de rendre équivalent une valeur de P=1500$ à une valeur de F=8000$ si la période de comparaison est de 09 années.

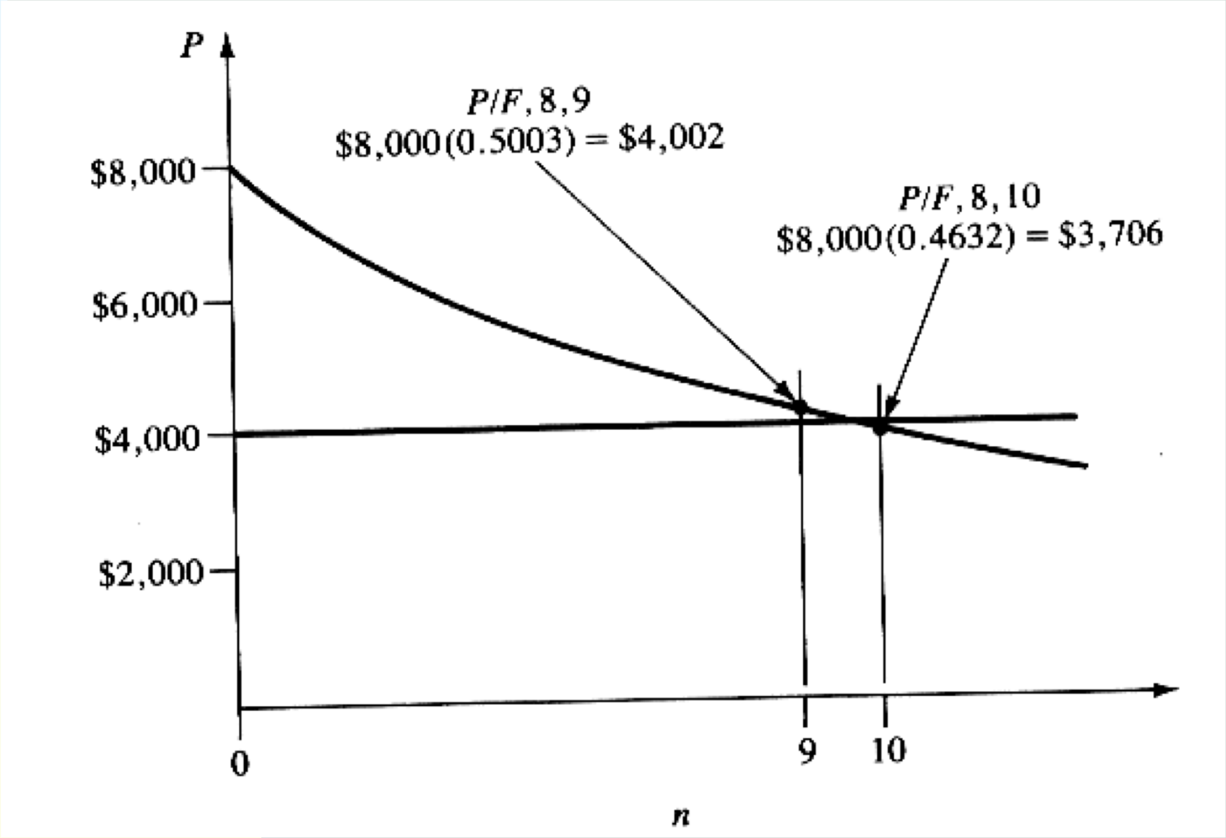
Symboliquement: $F = P\ (F/P,i,9)$

$$5000 = 1500\ (F/P,i,9)$$

En traçant le diagramme P = f(i), on aura:


P
$5,000
4,000
3,000
2,000
1,000
i : légèrement inférieure à 13%.
P/F, 12, 10
$5,000(0.3220) = $1,610
P/F, 14, 10
$5,000(0.2769) = $1,385
0
2
4
6
8
10
12
14
16
i

- On peut représenter **P = f(n)** pour déterminer l'équivalence.
- Exemple: P=4000$, F=8000$ et i=8%. n?
- Symboliquement: **8000 = 4000 (F/P,8,n)**



9 < n < 10

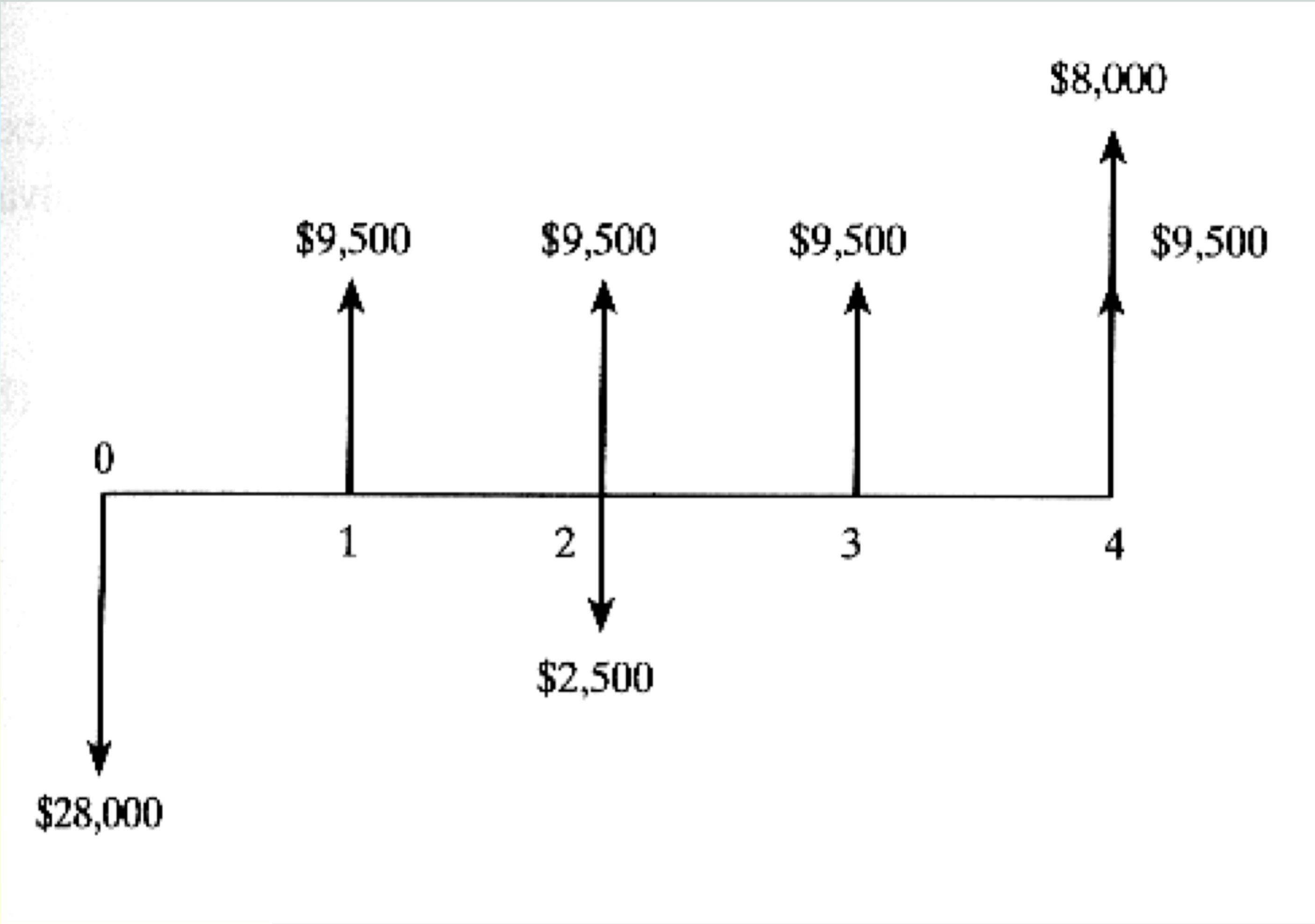
3. Évaluation d'une alternative sous la certitude

- Dans certains cas, la décision se résume à l'acceptation ou le rejet d'une seule alternative.
- Les bases les plus communément utilisées pour la comparaison dans ce cas sont
  1. Méthode de la valeur présente d'équivalence.
  2. Méthode de la valeur future d'équivalence.
  3. Méthode de la valeur annuelle d'équivalence.
  4. Méthode du taux de retour (rate of return evaluation)
  5. Etc…

Exemple

- L'explication de toutes ces méthodes se fera à travers l'exemple suivant:

Article	Date	Sorties	Entrées
Coût initial	1-1-19x0	28000$	_
Gains 1ère année	1-1-19x1	_	9500$
Gains 2ème année	1-1-19x2	_	9500$
Charge	1-1-19x2	2500$	_
Gains 3ème année	1-1-19x3	_	9500$
Gains 4ème année	1-1-19x4	_	9500$
Valeur Résiduelle	1-1-19x4	_	8000$


$8,000
$9,500
$9,500
$9,500
$9,500
0
1
2
3
4
$2,500
$28,000

1. Évaluation Équivalente Présente (PE)

- Est basée sur la détermination d'un montant équivalence au présent (PE) représentant la différence entre les montants équivalents positifs et les montants équivalents négatifs.

$$PE(i) = F_0(P/F,i,0) + F_1(P/F,i,1) + F_2(P/F,i,2) + \ldots + F_n(P/F,i,n)$$

$$= \sum_{t=0}^{n} F_t(P/F,i,t) = \sum_{t=0}^{n} F_t(1+i)^{-t}$$

Pour notre exemple:

- PE(12) = -28000(P/F,12,0) + 9500(P/F,12,1) + (9500-2500)(P/F,12,2) + 9500(P/F,12,3) + (8000+9500)(P/F,12,4)
- = -28000(1.0) + 9500(0.8929)+7000(0.7972) + 9500(0.7118) + 17500(0.6355) = 3946 $
- Sous la 2ème forme:
- $PE(12) = -28000(1.12)^{0}+9500(1.12)^{-1}+7000(1.12)^{-2}+9500(1.12)^{-3}+17500(1.12)^{-4}$ = 3946$ >0 **Acceptable**

2. Évaluation Équivalente Annuelle (AE)

- Est basée sur la détermination d'un montant équivalence à l'année (AE) représentant la différence entre les montants équivalents positifs et les montants équivalents négatifs.

$$AE(i) = PE(i)(A/P,i,n)$$

$$= \left[\sum_{t=0}^{n} F_t(1+i)^{-t} \right] \left[(i(1+i)^n)/((1+i^n-1)\right]$$

Pour notre exemple:

- AE(12) = 3946 (A/P,12,4) = 3946(0.3292) = **1299 \$**
- Sous la 2ème forme:
- $AE(12) = [-28000(1.12)^0+9500(1.12)^{-1}+7000(1.12)^{-2}+9500(1.12)^{-3}+17500(1.12)^{-4}]\ [0.12(1.12)^4/((1.12)^4-1) =$ **1299 \$ >0 Acceptable**

3. Évaluation Équivalente Future (FE)

- Est basée sur la détermination d'un montant équivalence au futur (PE) représentant la différence entre les montants équivalents futurs positifs et les montants équivalents futurs négatifs.

$$FE(i) = F_0(F/P,i,n) + F_1(F/P,i,n-1) + F_2(F/P,i,n-2) + \ldots + F_n(F/P,i,0)$$

$$= \sum_{t=0}^{n} F_t(F/P,i,n-t) = \sum_{t=0}^{n} F_t(1+i)n^{-t}$$

Ou bien $FE(i) = PE(i)(F/P,i,n)$

Pour notre exemple:

- FE(12) = -28000(F/P,12,4) + 9500(F/P,12,3) + (9500-2500)(F/P,12,2) + 9500(F/P,12,1) + (8000+9500)(F/P,12,0)
- = -28000(1.574) + 9500(1.405)+7000(1.2542) + 9500(1.1208) + 17500(1.0) = **6211 $**
- Ou bien FE(12) = 3946(F/P,12,4) = 3946(1.574) = **6211 $ >0** **Acceptable**

4. Évaluation par Taux de Retour (RR)

- C'est la meilleure méthode pour comparaison d'alternatives.
- Représente **l'indice de profitabilité**
- C'est le taux d'intérêt qui **égalise** les flows positifs avec les flows négatifs.
- Soit: $PE(i^*) = \sum_{t=0}^{n} F_t(1+i^*)^{-t} = 0$ i^* : taux de retour

Pour notre exemple: i=15%

- 9500(P/A,15,4) + 8000(P/F,15,4) = 28000 (P/F,15,0) + 2500(P/F,15,2)
- 9500(2.885) + 8000(0.5718) = 28000(1.0) + 2500(0.7562)

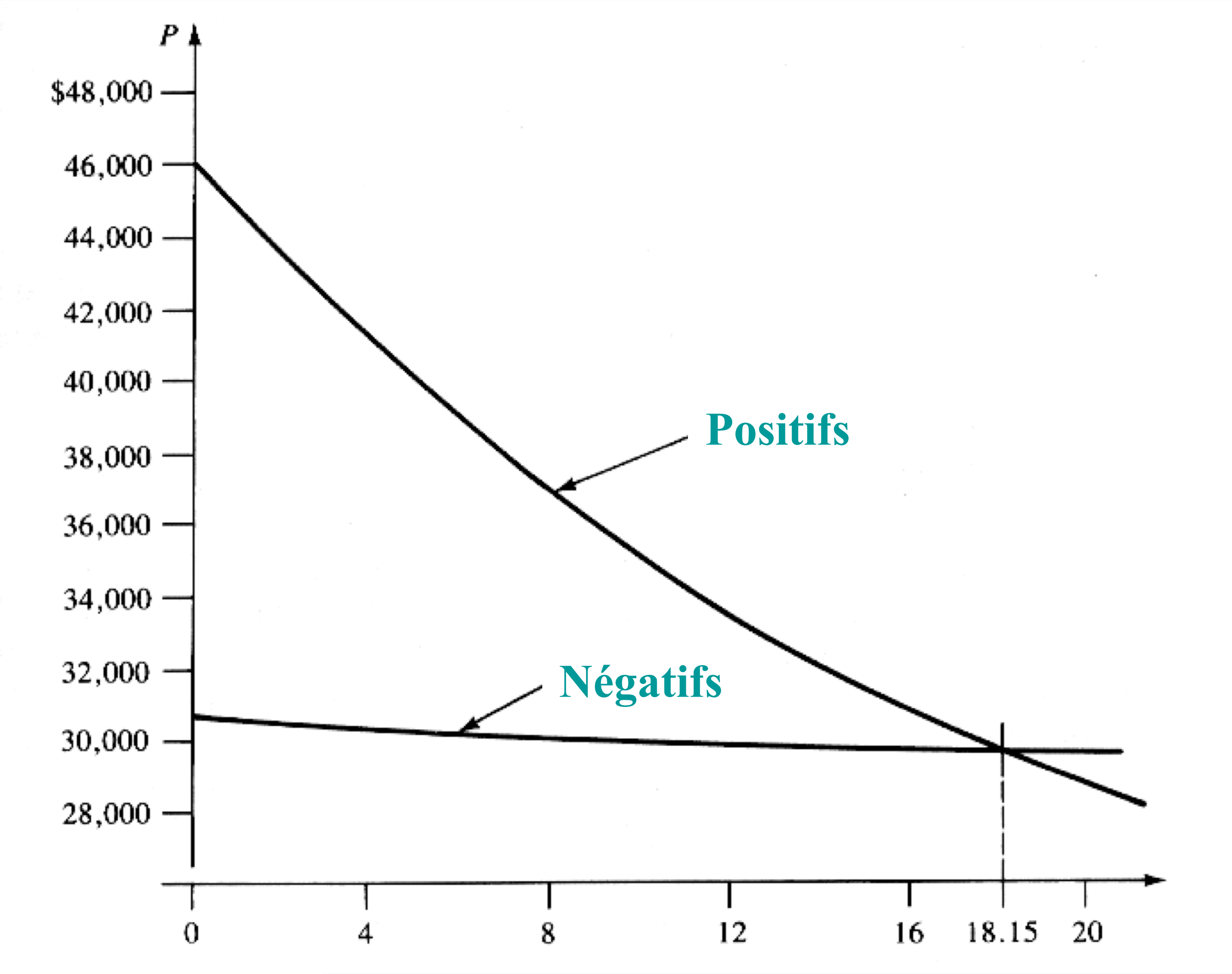
31982 \$ = 29800 \$

Avec i=20%, on auras

28450 \$ = 29736 \$

- Par interpolation, on trouvera : **i=18.15%**

4. Évaluation par Taux de Retour suite



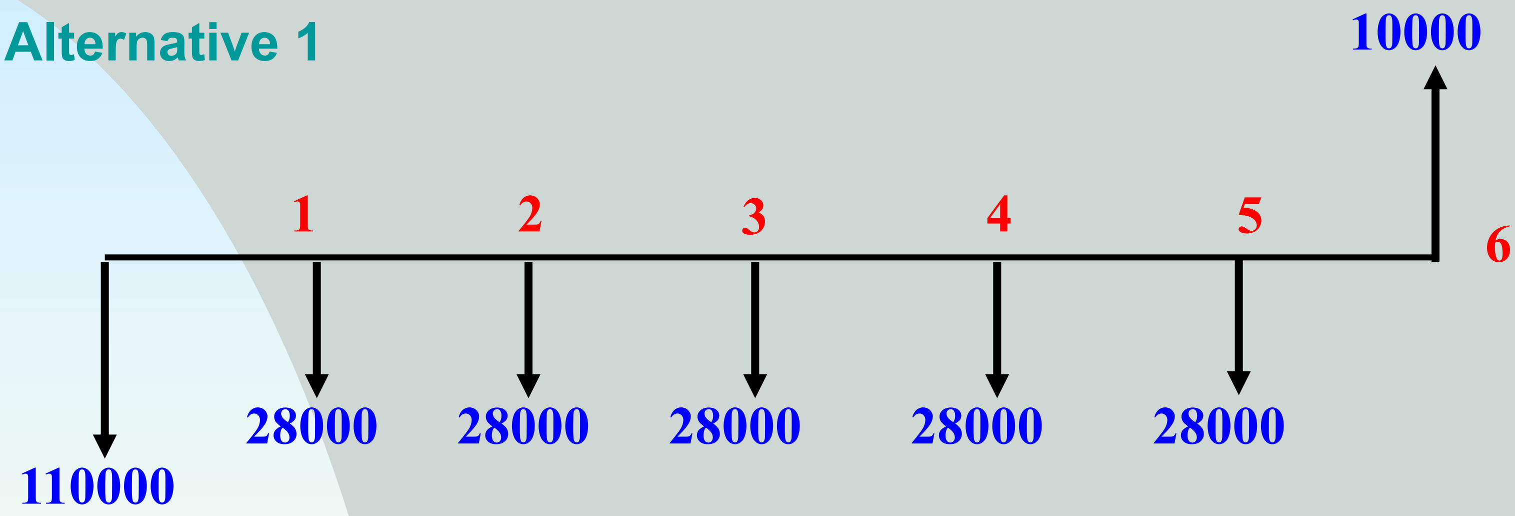
4. Évaluation de plusieurs alternative sous la certitude

- Lorsque plusieurs alternatives exclusives mutuellement ramène un service de valeur égale, il est souhaitable de les comparer directement entre eux.
- Si le service fournit par plusieurs n'est pas le même, chaque alternative doit être évaluée toute seule et sera acceptée ou rejetée.
- Dans plusieurs cas les alternatives disponibles fournissent le même service, dans ce cas il faut choisir l'alternative la moins coûteuse.

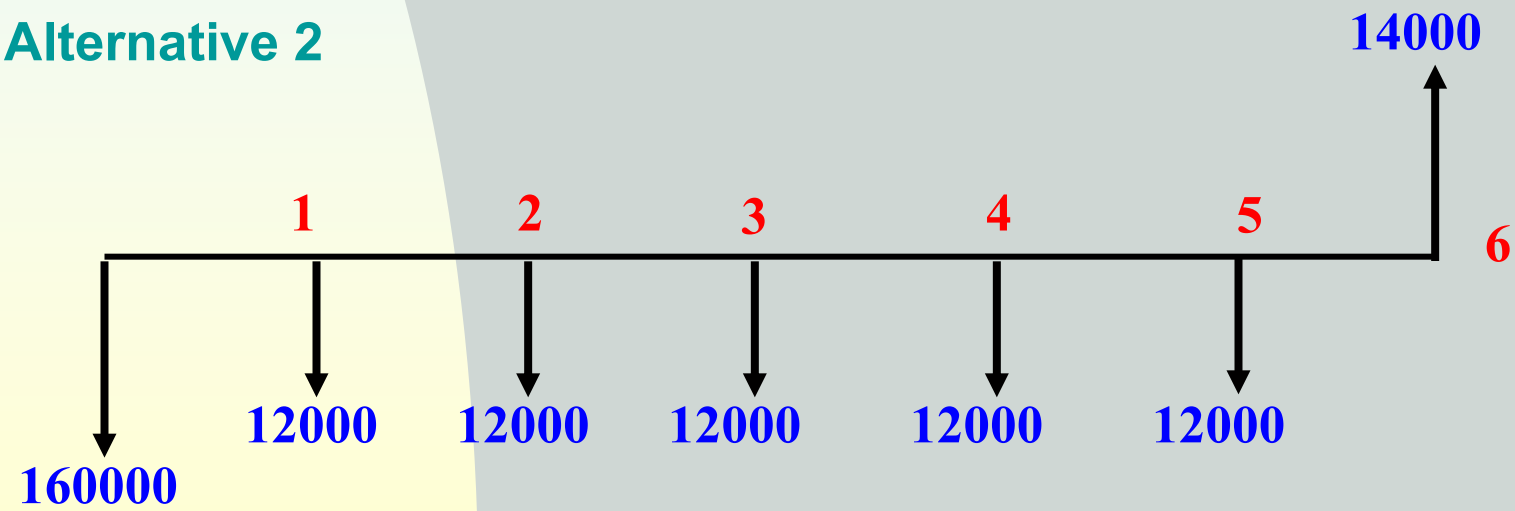
Exemple

i=14%

- Alternative 1



- Alternative 2



1. Comparaison par Évaluation Équivalente Présente (PE)

$$PE_1(14) = 110000 + 28000(P/A,14,6) - 10000(P/F,14,6)$$

$$= 110000 + 28000(3.8887) - 10000(0.4556)$$

$$= 214328\$$$

$$PE_2(14) = 160000 + 12000(P/A,14,6) - 14000(P/F,14,6)$$

$$= 160000 + 12000(3.8887) - 14000(0.4556)$$

$$= 200286\$$$

- $PE_1 - PE_2 = 214328 - 200286 = 14042\ \$$

(Dépenses Choisir alternative 2)

2. Comparaison par Évaluation Équivalente Annuelle (AE)

$$AE_1(14) = 110000(A/P,14,6) + 28000 - 10000(A/F,14,6)$$

$$= 110000(0.2572) + 28000 – 10000(0.1175)$$

$$= 55118\$$$

$$PE_2(14) = 160000(A/P,14,6) + 12000 - 14000(A/F,14,6)$$

$$= 160000(0.2572) + 12000 – 14000(0.1175)$$

$$= 51507\$$$

- $AE_1 - AE_2 = 55118 – 51507 = 3611$ $

(Dépenses Choisir alternative 2)

3. Comparaison par Évaluation taux de Retour (RE)

Déterminer l'équivalence pour un « i » quelconque, à chercher

$$PE_1(i^*) = PE_2(i^*)$$

$$110000 + 28000(P/A,i,6) - 10000(P/F,i,6)$$

$$= 160000 + 12000(P/A,i,6) - 14000(P/F,i,6)$$

$$16000(P/A,i,6) + 4000(P/F,i,6) = 50000$$

Pour i=20% 54.548 = 50000

Pour i=25% 48271 = 50000

- Par interpolation on aura i=23.6%

  Pour i<23.6% C'est l'alternative 2

  Pour i>23.6% C'est l'alternative 1

  Pour i = 23.6% Indifférent

5. Évaluation économique du seuil de rentabilité (Break-Even)

- L'analyse du seuil de rentabilité peut être graphique ou mathématique.
- Elle est pratique lorsqu'on relie les coûts variables et fixes au nombre d'heures de fonctionnement, nombre d'unités produites, ou bien autre mesure d'activité opérationnelle.
- Dans chaque cas, le point du seuil de rentabilité est intéressant. Ça identifie l'intervalle de la variable de décision dans lequel le résultat le plus envié sera retenu.
- Lorsque le coût de 02 ou plusieurs alternatives est fonction de la même variable. On doit chercher la valeur de la variable pour laquelle les coûts sont égaux.

1. Évaluation fabriquer ou acheter (Make or Buy)

- Le plus souvent une entreprise doit prendre une décision entre fabriquer une pièce (ou élément) ou bien l'acheter. C'est la **décision fabriquer-acheter**.
- Exemple:
- Acheter: acheter d'une autre usine une prise électrique à **8$ l'unité**.
- Produire: Peut la produire coût variable = **4$ l'unité**

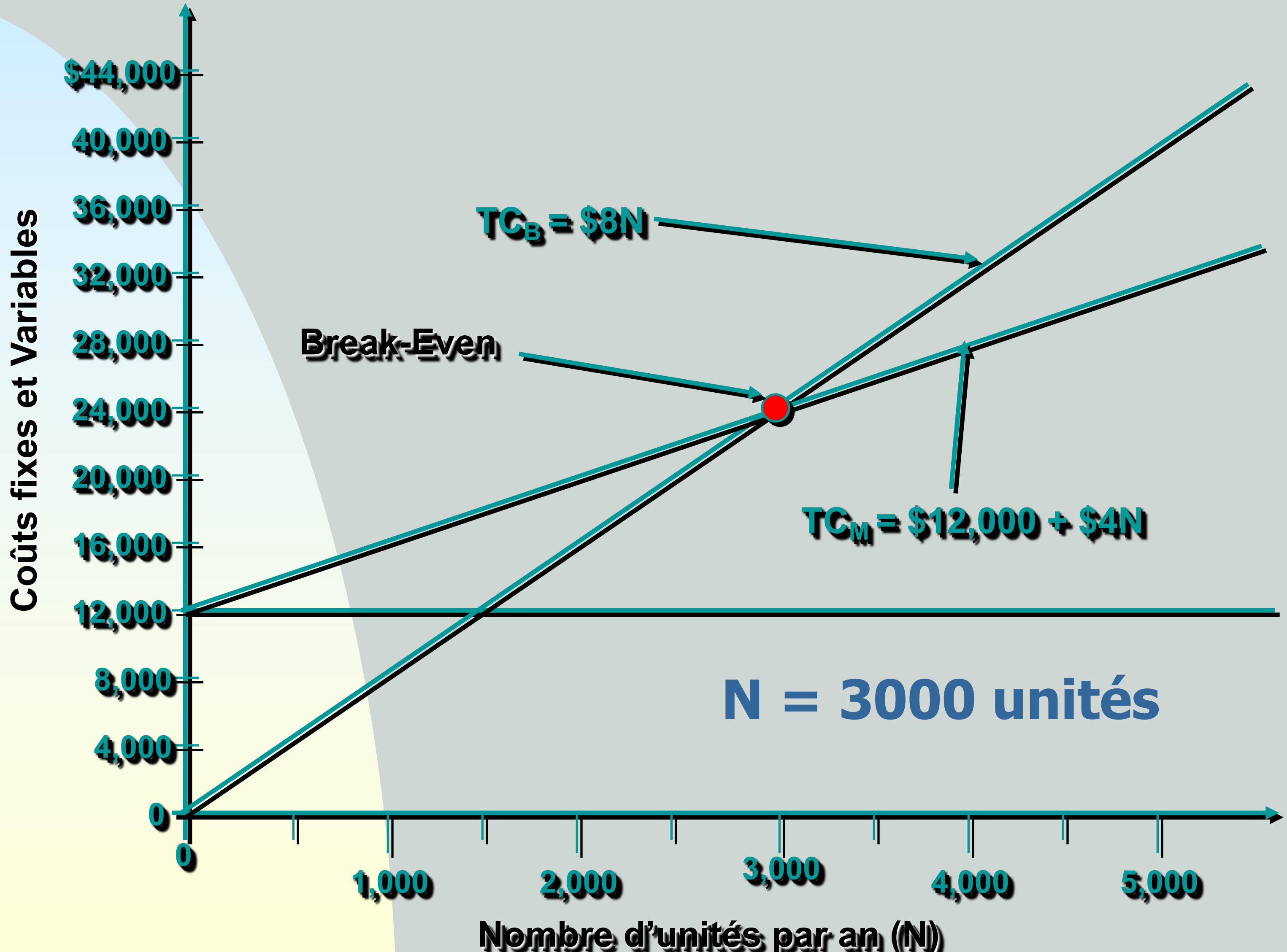
  Coût fixe additionnel de l'usine de fabrication = **12000$ par an**

Annuellement on aura:

Option produire: $TC_p = 12000 + 4N$ (N: nombre d'unités par an)

Option acheter $TC_a = 8N$

Seuil de rentabilité $TC_p = TC_a$ $12000+4N = 8N$ **N=3000** unités.



N = 3000 unités

2. Évaluation Louer ou acheter (Lease or Buy)

- Le plus souvent une entreprise doit prendre une décision entre louer un équipement ou bien l'acheter. C'est la **décision louer-acheter**.

Exemple:

- Louer: le louer à **50$ / jour** y compris frais de maintenance l'unité
- Acheter: acheter un ordinateur à **25000$**.

Durée de vie = 15 ans avec valeur résiduelle de 4000$ à la fin.

Maintenance annuelle = 2800$

Coût de fonctionnement = 50$ / jour

i=9%

Calculer seuil de rentabilité en nombre de jours de fonctionnement?

Lease or Buy (suite)

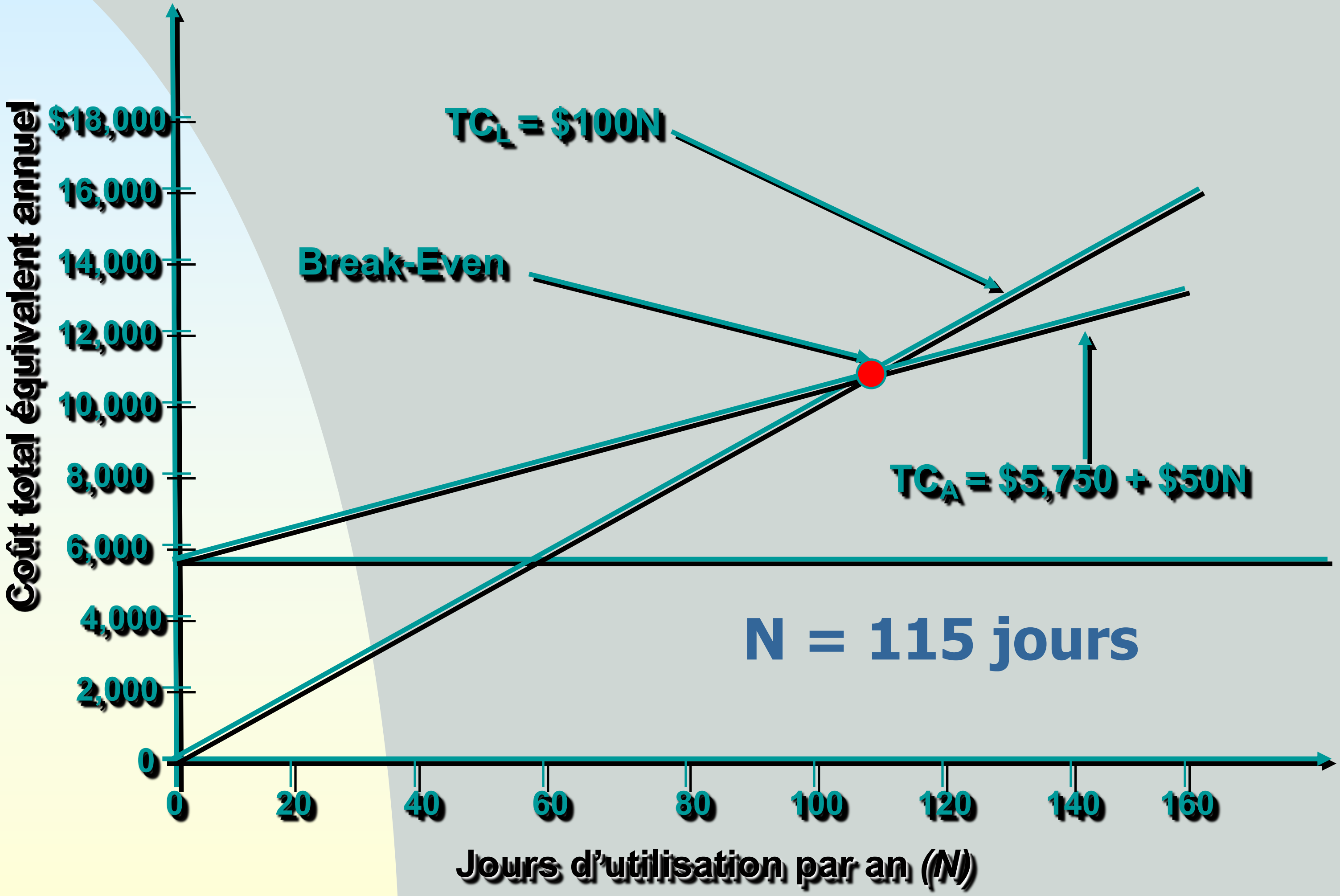
Coût annuel

Option louer: $TC_L = (50 + 50)\,N = 100\,N$ (N: nombre de jours)

Option acheter $TC_a = (25000)(A/P,9,15) - 4000(A/F,9,15) + 2800 + 50N$

$= 5766 + 50N$

Seuil de rentabilité $TC_L = TC_a$ $100N = 5766 + 50N$ **N=115 jours**



Coût total équivalent annuel
$18,000
16,000
14,000
12,000
10,000
8,000
6,000
4,000
2,000
0
TC_L = $100N
Break-Even
TC_A = $5,750 + $50N
N = 115 jours
0
20
40
60
80
100
120
140
160
Jours d'utilisation par an *(N)*

3. Évaluation par sélection de l'équipement

Exemple: équipement A.

- **Fabriqué à 140000$, valeur résiduelle = 20000$ à la fin de 04 ans.**
- **Coût de maintenance = 12000$ / an**
- **Coût de fonctionnement = 85$ / heure**

équipement B.

- **Fabriqué à 55000$, valeur résiduelle = 0$ à la fin de 04 ans.**
- **Coût de maintenance et de fonctionnement = 140$ / heure**

i=10%

Choisir la meilleur équipement?

Sélection de l'équipement (suite)

Coût annuel (N: nombre d'heures par an)

Équipement A: $TC_A = (140000)(A/P,10,4) - 20000(A/F,10,4) + 12000 + 85N$

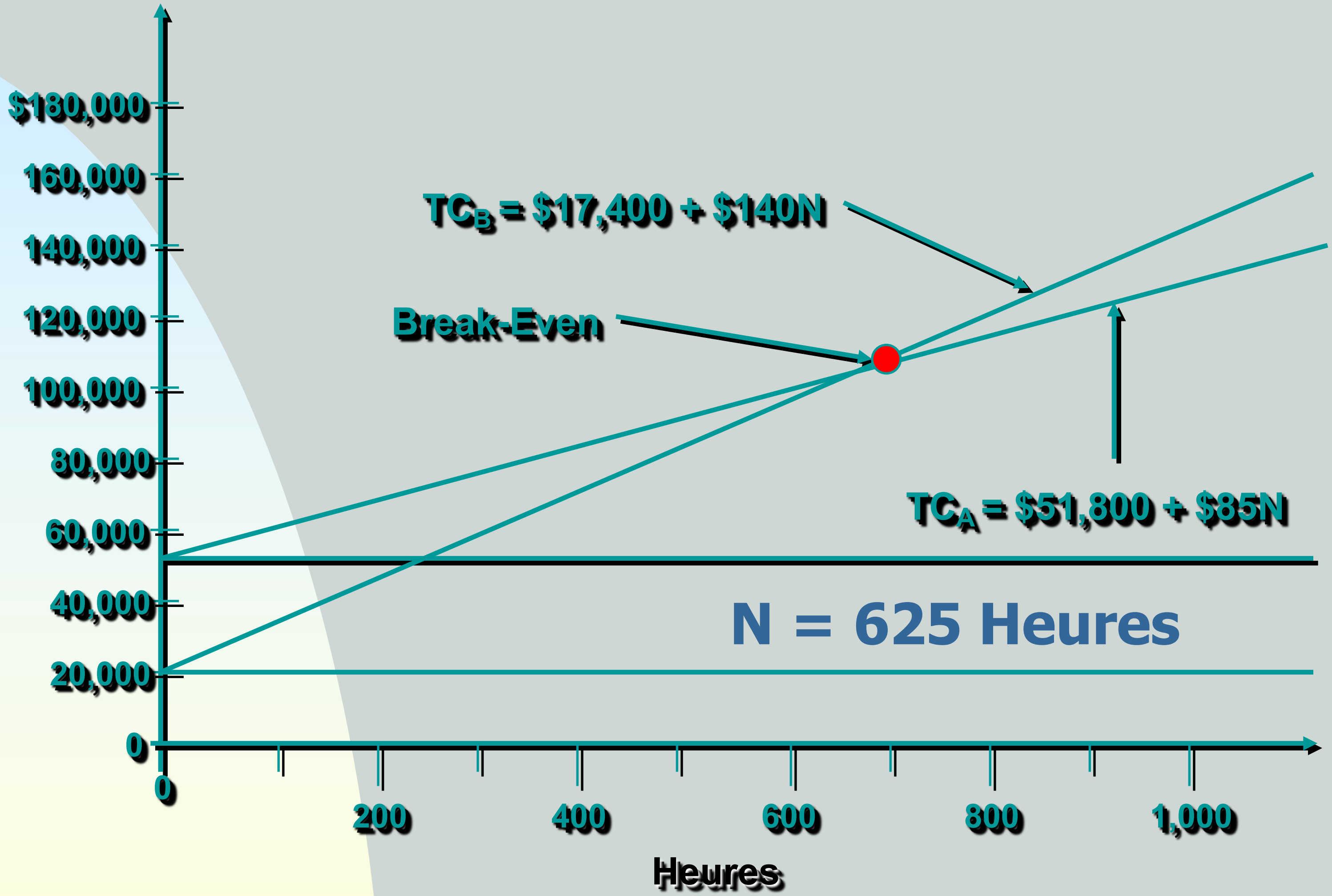
$= 51800 + 85N$

Équipement B: $TC_B = (55000)(A/P,10,4 + 140N$

$= 17400 + 140N$

Seuil de rentabilité $TC_A = TC_B$ $51800+85N = 17400+140N$

N=625 Heures



$180,000
160,000
140,000
120,000
100,000
80,000
60,000
40,000
20,000
0
0
200
400
600
800
1,000
Heures
TC$_B$ = $17,400 + $140N
Break-Even
TC$_A$ = $51,800 + $85N

N = 625 Heures

Systems Engineering

Abdellatif MEGNOUNIF

Semaine Prochaine

Planning et organisation des systèmes

COURS 9 **Mercredi 23.05.2012**

Merci. **Fin du Chapitre 8**